Lección 7: Propiedades de las operaciones con números reales

En las lecciones de aritmética de este curso y los dos anteriores hemos visto las propiedades que tienen las operaciones entre números naturales, enteros y racionales. Los números reales tienen en sus operaciones las mismas propiedades, y en esta lección haremos un resumen de ellas como una manera de concluir el estudio de la aritmética.

Es conveniente señalar que **lo importante de estas propiedades no es que usted las aprenda de memoria**, sino que las pueda utilizar cuando sea necesario, por ejemplo para abreviar algunos cálculos o para despejar ecuaciones y que sepa también qué tipo de operaciones no se pueden hacer.

En esta lección, lea las propiedades que se enuncian y siga los ejemplos. Los contenidos que aquí se abordan serán utilizados en las lecciones de la siguiente unidad, y siempre podrá usted regresar a esta lección para consultarlos.

Propiedades de la suma

La suma de números reales, también llamada adición, es una operación que se efectúa entre dos números, pero se pueden considerar también más de dos sumandos. Siempre que se tengan dos números reales, se pueden sumar entre sí. La suma tiene las siguientes propiedades:

- **Conmutatividad**. La expresión usual de esta propiedad es: "el orden de los sumandos no altera la suma". Si *a* y *b* son dos números reales, la conmutatividad se puede expresar así:

$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$

Ejemplos:

- $3.25 + 1.04 = 4.29$, y también $1.04 + 3.25 = 4.29$
- $15.87 + (-2.35) = 13.52$, y también $-2.35 + 15.87 = 13.52$
- $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{4+5}{10} = \frac{9}{10}$, y también $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10}$

- **Asociatividad**. Si se tienen más de dos sumandos, da igual cuál de las sumas se efectúe primero. Si **a**, **b** y **c** son tres números reales, la asociatividad dice que:

$\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}$

Ejemplos:

- $0.021 + (0.014 + 0.033) = 0.021 + 0.047 = 0.068$,

y también $(0.021 + 0.014) + 0.033 = 0.035 + 0.033 = 0.068$

- $-186.3 + (-223.6 + 202.1) = -186.3 + (-21.5) = -207.8$,

y también $[-186.3 + (-223.6)] + 202.1 = -409.9 + 202.1 = -207.8$

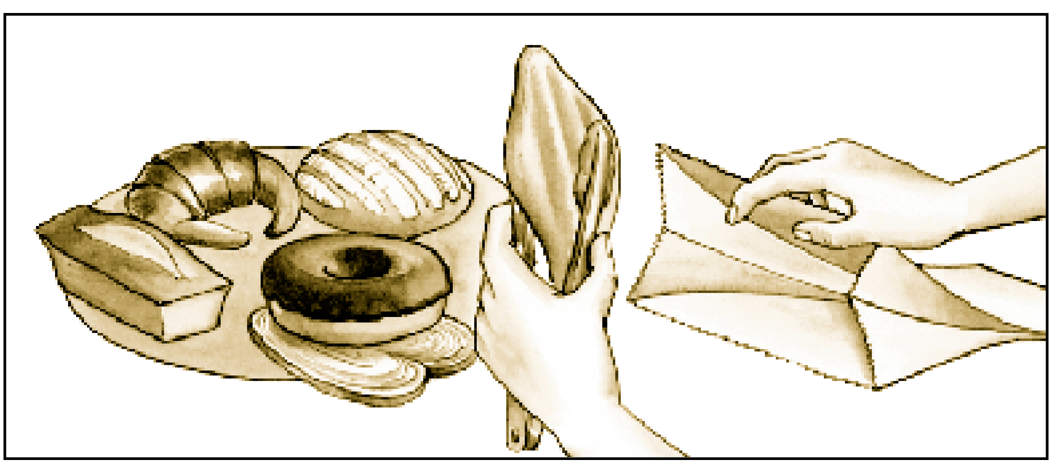
- $\frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{4} + \left(\frac{3+4}{6}\right) = \frac{3}{4} + \frac{7}{6} = \frac{9+14}{12} = \frac{23}{12}$,

y también $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} = \left(\frac{3+2}{4}\right) + \frac{2}{3} = \frac{5}{4} + \frac{2}{3} = \frac{15+8}{12} = \frac{23}{12}$

Como da igual en qué orden se efectúen las sumas, lo usual es prescindir de los paréntesis, y marcar sólo **a** + **b** + **c**. En nuestros ejemplos, tenemos entonces $0.021 + 0.014 + 0.033$,

o bien $-186.3 + (-223.6) + 202.1$, o bien $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$.

Las propiedades de la conmutatividad y la asociatividad son utilizadas cuando en una suma "acomodamos" los sumandos para facilitar el proceso. Por ejemplo, cuando compramos pan de dulce en una panadería, la dependienta va sumando los precios de las distintas piezas de tal modo que los resultados intermedios sean "cómodos". Digamos que las piezas que tenemos en la charola cuestan \$1.50, \$0.70, \$0.80, \$1.30, \$0.50 y \$1.20.



Una manera en que se puede efectuar la suma mentalmente es esta:

1.50 + 0.70 + 0.80 + 1.30 + 0.50 + 1.20

2 + 2 + 2 = 6

Veamos otras propiedades de la suma:

- **Elemento neutro**. El número real 0 sumado a cualquier número lo deja sin cambiar: si **a** es un número real, entonces

a + 0 = **a**

Ejemplos:

- 8763.218 + 0 = 8763.218
- 0 + (–56.41) = –56.51
- $1\frac{8}{14} + 0 = 1\frac{8}{14}$

- **Elemento inverso**. Todo número real tiene un inverso aditivo, lo que quiere decir que si se suman el número y su inverso, el resultado es 0: si **a** es un número real, entonces

a + (–**a**) = 0

Ejemplos:

- El inverso aditivo de 87.36 es –87.36, porque 87.36 + (–87.36) = 0

- El inverso aditivo de –4.13 es 4.13, porque –4.13 + 4.13 = 0
- El inverso aditivo de $\frac{7}{16}$ es $-\frac{7}{16}$ porque $\frac{7}{16} + \left(-\frac{7}{16}\right) = 0$

La resta

La resta es la operación inversa de la suma, es una operación entre dos números: el minuendo y el sustraendo. Siempre que se tengan dos números reales, se pueden restar; por ejemplo:

$$\underbrace{12.3}_{\text{minuendo}} - \underbrace{18.7}_{\text{sustraendo}} = \underbrace{-6.4}_{\text{resta}}$$

Al efectuar restas hay que tener cuidado con los signos de los números. Las siguientes reglas pueden recordarle cómo es esto:

- Si el minuendo y el sustraendo son positivos, y el minuendo es mayor que el sustraendo, se efectúa la resta y el resultado es positivo. Por ejemplo:
  28.7 – 11.2 = 17.5

- Si el minuendo y el sustraendo son positivos, y el minuendo es menor que el sustraendo, se efectúa la resta y el resultado es negativo. Por ejemplo:
  11.2 – 28.7 = –17.5

- Si el minuendo es negativo y el sustraendo es positivo, se efectúa la *suma* de ambos números y al resultado se le pone el signo menos. Por ejemplo:
  –28.1 – 11.2 = –39.3

- Restar un número positivo es lo mismo que sumar un número negativo. Por ejemplo:
  $28.7 - 11.2 = 28.7 + (-11.2) = 17.5$

- Restar un número negativo es lo mismo que sumar un número positivo. Por ejemplo:
  $28.7 - (-11.2) = 28.7 + 11.2 = 39.3$

  $-28.7 - (-11.2) = -28.7 + 11.2 = 11.2 - 28.7 = -17.5$

Observe que en el último ejemplo hicimos varias transformaciones. Al efectuar la conversión $-28.7 - (-11.2) = -28.7 + 11.2$ utilizamos el hecho de que restar un número negativo (-11.2) es lo mismo que sumar su positivo. Después consideramos la suma entre dos números, –28.7 y 11.2, y por la conmutatividad de la suma la expresamos como $11.2 + (-28.7)$. Posteriormente utilizamos el hecho de que sumar un número negativo (-28.7) es lo mismo que restar su positivo, por lo que $11.2 + (-28.7) = 11.2 - 28.7$. Finalmente, tenemos una resta en que el minuendo y el sustraendo son positivos, así que efectuamos la resta y como 28.7 es mayor que 11.2 le ponemos al resultado signo negativo.

Aunque la resta está muy emparentada con la suma, no tiene todas las propiedades de la suma. Por ejemplo, la resta no es una operación conmutativa:

$52.4 - 31.2 = 21.2$, y ese resultado es distinto de
$31.2 - 52.4 = -21.2$

Propiedades de la multiplicación

La multiplicación de números reales es una operación que se efectúa entre dos números, pero se pueden considerar también más de dos factores. Siempre que se tengan dos números reales, se pueden multiplicar entre sí. Al efectuar multiplicaciones hay que tener cuidado con los signos:

- El producto de dos números de igual signo siempre es positivo;
- El producto de dos números de distinto signo siempre es negativo.

La multiplicación tiene las siguientes propiedades:

- **Conmutatividad**. La expresión usual de esta propiedad es: "el orden de los factores no altera el producto". Si **a** y **b** son dos números reales, la conmutatividad se puede expresar así:

$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{b} \times \mathbf{a}$

Ejemplos:

- 3.25 x 1.04 = 3.38, y también 1.04 x 3.25 = 3.38
- 15.87 x (–2.35) = –37.2945, y también –2.35 x 15.87 = –37.2945
- $\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 1}{5 \times 2} = \frac{2}{10}$, y también $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{2 \times 5} = \frac{2}{10}$

- **Asociatividad**. Si se tienen más de dos factores, da igual cuál de las multiplicaciones se efectúe primero. Si **a**, **b** y **c** son tres números reales, la asociatividad dice que:

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$$

Ejemplos:

- 0.021 x (0.014 x 0.033) = 0.021 x 0.00462 = 0.000009702, y también (0.021 x 0.014) x 0.033 = 0.000294 x 0.033 = 0.000009702

- –186.3 x (–223.6 x 202.1) = –186.3 x (–45189.56) = 8418815.028, y también [–186.3 x (–223.6)] x 202.1 = 41656.68 x 202.1 = 8418815.028

- $\frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{3 \times 2}{4 \times 6} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

  y también $\left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{3} = \left(\frac{3 \times 1}{4 \times 2}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{3}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{8 \times 3} =$

  $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

Como en el caso de las sumas, da igual en qué orden se efectúen las multiplicaciones, y por eso lo usual es prescindir de los paréntesis. En nuestros ejemplos, tenemos entonces: 0.021 x 0.014 x 0.033, o bien –186.3 x (–223.6) x 202.1, o bien $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$. Cuando se usan letras, se marca sólo **a** x **b** x **c**, o bien, para evitar que el signo x se confunda con la letra x, se marca **a b c**, o bien se usa un punto en vez de la cruz: **a·b·c**. Es también común prescindir del signo x cuando se señalan productos con los números entre paréntesis: por ejemplo, en vez de escribir (–5) x

(–3), podemos escribir (–5)(–3), y en vez de escribir 3 x 4 podemos escribir 3(4).

Es decir, **cuando no se señala ninguna operación entre dos números, se efectúa una multiplicación**.

Otras propiedades de la multiplicación son:

- **Elemento neutro.** El número real 1 multiplicado a cualquier número lo deja sin cambiar: si *a* es un número real, entonces:

a x 1 = **a**

Ejemplos:

- 8763.218 x 1 = 8763.218
- 1 x (–56.41) = –56.51
- $1\frac{8}{14} \times 1 = 1\frac{8}{14}$

- **Elemento inverso.** Todo número real distinto de cero tiene un inverso multiplicativo, lo que quiere decir que si se multiplican el número y su inverso, el resultado es 1: si **a** es un número real distinto de cero, entonces

$\mathbf{a} \times \frac{1}{\mathbf{a}} = 1$

Recuerde que escribir $\frac{1}{\mathbf{a}}$ es lo mismo que escribir 1 ÷ **a**.

Ejemplos:

- El inverso multiplicativo de 87.36 es $\frac{1}{87.36}$, porque 87.36 x $\frac{1}{87.36}$ = 1

- El inverso multiplicativo de –4.13 es $-\frac{1}{4.13}$, porque –4.13 x $\left(-\frac{1}{4.13}\right) = 1$

- El inverso multiplicativo de $\frac{7}{16}$ es $\frac{16}{7}$ porque $\frac{7}{16}$ x $\frac{16}{7}$ = 1

- El inverso multiplicativo de $\frac{1}{9}$ es 9, porque $\frac{1}{9}$ x 9 = 1

La división

La división es la operación inversa de la multiplicación, es una operación entre dos números: el dividendo y el divisor. Con una excepción, siempre que se tengan dos números reales, se pueden dividir; por ejemplo:

$$1.86 \div 3.1 = 0.6$$

dividendo | divisor | cociente

La excepción es que **el divisor no puede ser cero**. Esto es, **no se puede dividir entre cero**.

Observe que el dividendo sí puede ser cero, y cuando esto ocurre el resultado o cociente siempre es cero. Por ejemplo, $0 \div 5.41 = 0$

Las reglas de los signos en el caso de la división son las mismas que para la multiplicación:

- el cociente de dos números de igual signo siempre es positivo;
- el cociente de dos números de distinto signo siempre es negativo.

Aunque la división está muy emparentada con la multiplicación, no tiene todas las propiedades de la multiplicación. Por ejemplo, la división no es una operación conmutativa:

$6.42 \div 3 = 2.14$, y ese resultado es distinto de $3 \div 6.42 \approx 0.467$

La división no es tampoco una operación asociativa:

$(8 \div 4) \div 2 = \dfrac{\frac{8}{4}}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$, mientras que $8 \div (4 \div 2) = \dfrac{8}{\frac{4}{2}} = \dfrac{8}{2} = 4$

Potencias y raíces

Las propiedades de las operaciones con exponentes serán vistas con mayor detalle en la siguiente lección, pero aquí adelantamos algunos hechos.

Elevar un número real a una potencia equivale a multiplicarlo por sí mismo tantas veces como indica el exponente. Así,

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
$-5^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

La operación inversa es la raíz, que puede ser cuadrada, raíz tercera, cuarta o quinta, etc. Por ejemplo, como 81 es igual a 3 elevado a la cuarta potencia, la raíz cuarta de 81 es 3, y como –125 es igual a –5 elevado a la tercera potencia, la raíz tercera de –125 es –5:

$\sqrt[4]{81} = 3$
$\sqrt[3]{-125} = -5$

La raíz más utilizada es la raíz cuadrada. La raíz cuadrada de un número *a* es el número que elevado al cuadrado da **a**. Cuando se usa raíz cuadrada no se suele poner el 2 arriba del símbolo √. Por ejemplo,

$\sqrt{441} = \sqrt[2]{441} = 21$, porque $21^2 = 441$

No todos los números reales tienen raíz cuadrada. Todos los números reales *positivos* y el cero tienen raíz cuadrada, pero **no se puede calcular la raíz cuadrada de un número negativo**.

Para calcular una raíz cuadrada existen procedimientos que son algo complicados. La mejor manera es utilizar una calculadora, o bien intentar encontrar, por aproximación, un número cuyo cuadrado se parezca lo suficiente al número original. Veamos esto con un ejemplo: intentemos encontrar la raíz cuadrada de 87.

$\sqrt{87} = ?$

Es decir, buscamos un número que multiplicado por sí mismo dé 87. Lo primero que podemos observar es que ese número está entre 9 y 10, porque $9^2 = 81$ (le falta) y $10^2 = 100$ (le sobra). Intentemos entonces con el número que está exactamente entre esos dos: 9.5. Vemos que

$$9.5^2 = 9.5 \times 9.5 = 90.25$$

o sea que le sobra también. Intentemos ahora con números entre 9 y 9.5, digamos 9.2, 9.3 y 9.4 :

$$9.2^2 = 84.64, \qquad 9.3^2 = 86.49 \qquad \text{y} \qquad 9.4^2 = 88.36.$$

Vemos ahora que la raíz cuadrada de 87 es un número que está entre 9.3 y 9.4, porque al cuadrado de 9.3 le falta un poco para llegar a 87 y al cuadrado de 9.4 le sobra un poco. Entonces podemos repetir el procedimiento, buscando ahora el número que está exactamente entre esos dos: 9.35. Vemos que

$$9.35^2 = 87.4225$$

o sea que le sobra también. Entonces el número que buscamos está entre 9.3 y 9.35, y podemos buscar, por ejemplo:

$$9.32^2 = 86.8624 \qquad \text{y} \qquad 9.33^2 = 87.0489$$

Ahora sabemos que el número que buscamos está entre 9.32 y 9.33, más cerca del segundo que del primero. De hecho, la diferencia entre 9.33^2 y 87 es muy pequeña, y podemos quedarnos con esta aproximación:

$$\sqrt{87} \approx 9.33$$

o bien podemos seguir el proceso para encontrar una aproximación con más cifras decimales. Si usamos una calculadora, encontraremos una aproximación con bastantes cifras decimales:

$\sqrt{87} \approx 9.327379053$

Combinaciones de varias operaciones

Es común que en una misma expresión aparezcan varias operaciones. Aquí mencionaremos dos propiedades.

- **Prioridad de las operaciones**. Cuando en una expresión aparecen varias operaciones, no necesariamente se efectúan en el orden en el que están escritas, sino que se deben efectuar en este orden:

PRIMERO las operaciones con exponentes y raíces
SEGUNDO las multiplicaciones y las divisiones
TERCERO las sumas y las restas

La única manera de revertir este orden es utilizando paréntesis. Cuando aparecen paréntesis, se efectúan primero las operaciones dentro del paréntesis, siguiendo las reglas recién mencionadas, y después las que aparecen fuera del paréntesis. Si aparecen varios pares de paréntesis, unos dentro de otros, se efectúan primero las operaciones dentro de los paréntesis internos y de ahí se procede de adentro hacia fuera.

Ejemplos:

- $2 + 3 \times 4 = 2 + 12 = 14$
- $(2 + 3) \times 4 = 5 \times 4 = 20$
- $5.26 - 2.1^2 = 5.26 - 4.41 = 0.85$
- $(5.26 - 2.1)^2 = 3.162 = 9.9856$
- $-5.36 - [2.04 \times 1.17^2 \div (8.16 + 3.12)] = -5.36 - [2.04 \times 1.17^2 \div 11.28] = -5.36 - [2.04 \times 1.3689 \div 11.28] = -5.36 - [2.792556 \div 11.28] \approx -5.36 - 0.247567 = -5.607567$

Observe que en el último ejemplo fuimos efectuando las operaciones paso a paso, pero que cada vez repetimos el resto de la expresión. Esto es con el fin de que la igualdad se conserve siempre.

Cabe anotar que cuando se usa una raya para denotar una división, ésta sirve también como los paréntesis: se deben efectuar primero por separado las operaciones en el numerador y en el denominador, y luego efectuar la división. Por ejemplo:

$$\frac{5 + 3^2}{12 \times 0.1^2} = \frac{5 + 9}{12 \times 0.01} = \frac{14}{0.12} = 116.\overset{\frown}{6}$$

Veamos ahora la segunda propiedad:

- **Distributividad**. La multiplicación distribuye a la suma y a la resta. Esto quiere decir que si un número multiplica a una suma (o resta), el resultado es el mismo que si se multiplica el número por cada uno de los sumandos y luego se suman ambos productos. Es decir, si **a**, **b** y **c** son tres números reales, la distributividad de la multiplicación con respecto de la suma y a la resta dice que:

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) + (\mathbf{a} \times \mathbf{c})$$
$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} - \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) - (\mathbf{a} \times \mathbf{c})$$

Ejemplos:

- 5.01 x (3.18 + 2.21) = 5.01 x 5.39 = 27.0039, y también (5.01 x 3.18) + (5.01 x 2.21) = 15.9318 + 11.0721 = 27.0039

- –1.1 x [–6.3 – (–2.4)] = –1.1 x [–6.3 + 2.4] = –1.1 x (–3.9) = 4.29, y también [–1.1 x (–6.3)] – [–1.1 x (–2.4)] = 6.93 – 2.64 = 4.29

- $\frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{12 - 10}{15}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{15} = \frac{1 \times 2}{2 \times 15} = \frac{2}{30}$,

  y también $\left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{1 \times 4}{2 \times 5} - \frac{1 \times 2}{2 \times 3} =$

  $\frac{4}{10} - \frac{2}{6} = \frac{12 - 10}{30} = \frac{2}{30}$

La distributividad es una propiedad que utilizamos algunas veces para facilitar algunos cálculos. Por ejemplo, multiplicar por 90 puede ser engorroso, pero no lo es así multiplicar por 100 ni multiplicar por 10, y como 90 = 100 – 10, podemos transformar una multiplicación por 90 en una multiplicación por 100 menos una multiplicación por 10. Así, por ejemplo:

126.15 x 90 = 126.15 x (100 – 10) =
= 126.15 x 100 – 126.15 x 10 =
= 12615 – 1261.5 =
= 11353.5

Aplicación de las propiedades en la solución de ecuaciones

En lecciones y grados anteriores ya hemos trabajado con ecuaciones. Hemos visto que una ecuación es una igualdad en la que se desconocen uno o más valores. A los valores desconocidos se les llama *incógnitas* y se representan generalmente con letras. Solucionar una ecuación es encontrar el valor de la incógnita, para lo cual se *despeja* ésta, dejándola sola de un lado de la igualdad y efectuando las operaciones que quedan en el otro lado de la igualdad. Este proceso se puede realizar gracias a las propiedades de las operaciones que hemos resumido aquí.

A continuación veremos tres ejemplos de ecuaciones, que resolveremos como usted aprendió a hacer en las lecciones 23 a 25 del curso anterior e iremos marcando en cada paso qué propiedades estamos utilizando.

El primer ejemplo es el siguiente:

Araceli compró un vestido que le costó $79.90 y
le quedaron $20.10, ¿cuánto dinero traía Araceli?

Una manera de expresar esta situación usando lenguaje algebraico es, en primer lugar, elegir una letra para representar el valor que nos interesa conocer, en este caso la cantidad de dinero que Araceli traía en la bolsa y la vamos a llamar ***z***. Como Araceli traía ***z*** pesos, gastó $79.90 y le quedaron $20.10, podemos expresar esta transacción algebraicamente con la expresión:

$z - 79.90 = 20.10$

La igualdad que aparece arriba es una ecuación y la incógnita o valor que queremos encontrar es ***z***. Como usted sabe, para despejar el valor de ***z*** en la ecuación "pasamos sumando" el 79.90 que se encuentra restando del lado izquierdo:

$z = 20.10 + 79.90$

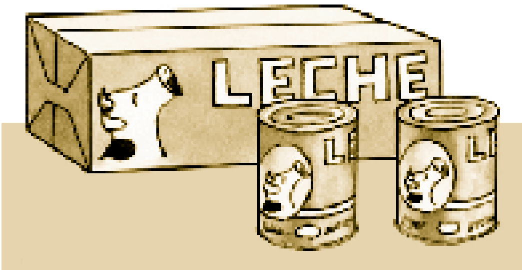
Cuando despejamos la incógnita y "pasamos sumando", hemos puesto en juego muchas de las propiedades de las operaciones que hemos enunciado. A continuación repetiremos este proceso paso a paso y haremos del lado derecho de la página una reflexión acerca de las propiedades que estamos utilizando en cada momento.

$z - 79.90 = 20.10$	Ésta es la ecuación original.
$(z - 79.90) + 79.90 = 20.10 + 79.90$	Estamos sumando un mismo número de los dos lados de la igualdad, para que ésta se conserve.
$[z + (- 79.90) + 79.90 = 20.10 + 79.90$	Hemos aplicado el hecho de que restar un número positivo es lo mismo que sumar su negativo.
$z + [(- 79.90) + 79.90] = 20.10 + 79.90$	Hemos aplicado la asociatividad de la suma.
$z + [- 79.90 + (- 79.90)] = 20.10 + 79.90$	Hemos aplicado la conmutatividad de la suma.
$z + 0 = 20.10 + 79.90$	Hemos aplicado la propiedad del inverso aditivo.
$z = 20.10 + 79.90$	Hemos aplicado la propiedad del elemento neutro de la suma.
$z = 100$	Hemos resuelto la operación del lado derecho de la igualdad.

Hemos encontrado así que Araceli tenía $100.00 antes de comprar el vestido.

Veamos otro ejemplo.

Rodolfo compró una caja de latas de leche. La caja trae 18 latas y costó $150.30, ¿cuánto cuesta cada lata?



Para plantear este problema llamaremos ***c*** al costo de cada lata. Tenemos que:

$18 \times c = 150.30$

Para despejar esta ecuación "pasamos dividiendo" el 18 que se encuentra multiplicando del lado izquierdo, así:

$$c = 150.30 \div 18$$

Veamos, paso por paso, en qué consiste este "pasar dividiendo"; como en el caso anterior iremos reflexionando sobre las propiedades que entran en juego:

$18 \times c = 150.30$	Ésta es la ecuación original.
$(18 \times c) \div 18 = 150.30 \div 18$	Estamos dividiendo entre un mismo número de los dos lados de la igualdad, para que ésta se conserve.
$(c \times 18) \div 18 = 150.30 \div 18$	Hemos aplicado la conmutatividad de la multiplicación.
$(c \times 18) \div \frac{1}{18} = 150.30 \div 18$	Hemos aplicado el hecho de que dividir entre un número es lo mismo que multiplicar por su inverso multiplicativo.

$\boldsymbol{c} \times \left(18 \times \frac{1}{18}\right) = 150.30 \div 18$	Hemos aplicado la asociatividad de la multiplicación.
$\boldsymbol{c} \times 1 = 150.30 \div 18$	Hemos aplicado la propiedad del inverso multiplicativo.
$\boldsymbol{c} = 150.30 \div 18$	Hemos aplicado la propiedad del elemento neutro de la multiplicación.
$\boldsymbol{c} = 8.35$	Hemos resuelto la operación del lado derecho de la igualdad.

Hemos encontrado así que cada lata de leche cuesta $8.35.

Por último, veamos otro ejemplo.

Ramona compró un mantel a $162.50 y seis servilletas; en total pagó $269.90. ¿A cuánto salió cada servilleta?

Si llamamos ***s*** al precio de cada servilleta, la ecuación correspondiente al problema se puede plantear así:

$$6\,\boldsymbol{s} + 162.50 = 269.90$$

Para despejar esta ecuación, tenemos que "deshacer" dos operaciones que afectan a la incógnita ***s***: una multiplicación y una suma (recuerde que 6***s*** es lo mismo que 6 x ***s***). Si conociéramos el valor de ***s***, primero efectuaríamos la multiplicación por 6 y al resultado le sumaríamos 162.50, pero como estamos deshaciendo operaciones, empezamos en orden inverso: primero deshacemos la suma, para lo cual "pasamos restando" el 162.50:

$$6\,\boldsymbol{s} = 269.90 - 162.50$$

y después deshacemos la multiplicación, para lo cual "pasamos dividiendo" el 6:

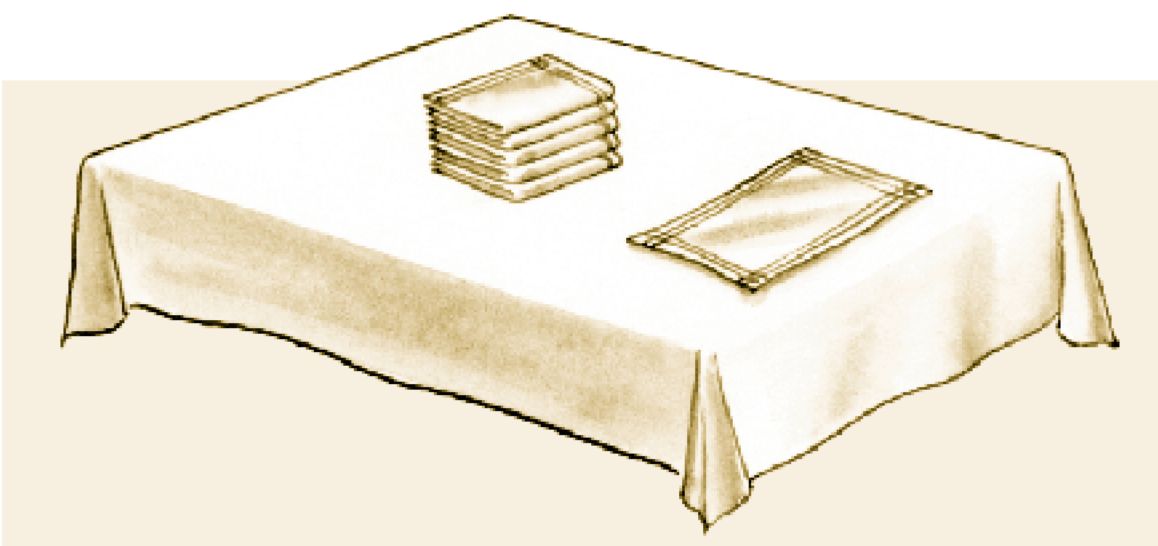
$$\boldsymbol{s} = \frac{269.90 - 162.50}{6}$$

Veamos nuevamente, paso a paso, qué propiedades intervienen en este despeje:

$6\,\boldsymbol{s} + 162.50 = 269.90$	Ésta es la ecuación original.
$(6\,\boldsymbol{s} + 162.50) - 162.50 = 269.90 - 162.50$	Estamos restando un mismo número de los dos lados de la igualdad, para que ésta se conserve.
$(6\,\boldsymbol{s} + 162.50) + (-162.50) = 269.90 - 162.50$	Restar un positivo es lo mismo que sumar su negativo.
$6\,\boldsymbol{s} + [162.50 + (-162.50)] = 269.90 - 162.50$	Asociatividad de la suma.
$6\,\boldsymbol{s} + 0 = 269.90 - 162.50$	Inverso aditivo.
$6\,\boldsymbol{s} = 269.90 - 162.50$	Neutro aditivo.
$(6\,\boldsymbol{s}) \div 6 = \frac{269.90 - 162.50}{6}$	Estamos dividiendo entre un mismo número de los dos lados de la igualdad, para que ésta se conserve.
$(\boldsymbol{s} \times 6) \div 6 = \frac{269.90 - 162.50}{6}$	Conmutatividad de la multiplicación.

$(s \times 6) \times \frac{1}{6} = \frac{269.90 - 162.50}{6}$	Dividir entre un número es lo mismo que multiplicar por su inverso multiplicativo.
$s \times \left(6 \times \frac{1}{6}\right) = \frac{269.90 - 162.50}{6}$	Asociatividad de la multiplicación.
$s \times 1 = \frac{269.90 - 162.50}{6}$	Inverso multiplicativo.
$s = \frac{269.90 - 162.50}{6}$	Neutro multiplicativo.
$s = \frac{107.40}{6}$	Para realizar las operaciones del lado derecho, empecemos por el numerador.
$s = 17.90$	Hemos resuelto la operación final del lado derecho de la igualdad.

Cada servilleta valía, entonces, $17.90



Con estos tres ejemplos hemos pretendido poner de manifiesto todas las propiedades de las operaciones que entran en juego cuando se realiza el despeje de la incógnita en una ecuación. Sin embargo, esto no significa que al despejar una incógnita sea necesario guardar conciencia de todas las propiedades. Las propiedades son las que justifican el hecho de que se pueda "pasar" sumando o restando, multiplicando o dividiendo, pero en la práctica simplemente se procede al despeje sin tenerlas necesariamente en cuenta.

Ejercicio 1

Encuentre con dos cifras decimales las siguientes raíces cuadradas:

a) $\sqrt{879}$ b) $\sqrt{11}$ c) $\sqrt{14.2}$ d) $\sqrt{1624}$

Ejercicio 2

Realice las siguientes operaciones:

a) $15.38 - 2.13 \div 3$

b) $\dfrac{18.3 - 2.1^2}{5.2}$

c) $216.2 \times (14.2 - 3.2^2) + 135.1$

d) $8 \times \left(\dfrac{5}{4} - \dfrac{2}{3} \right) + \dfrac{6}{7}$

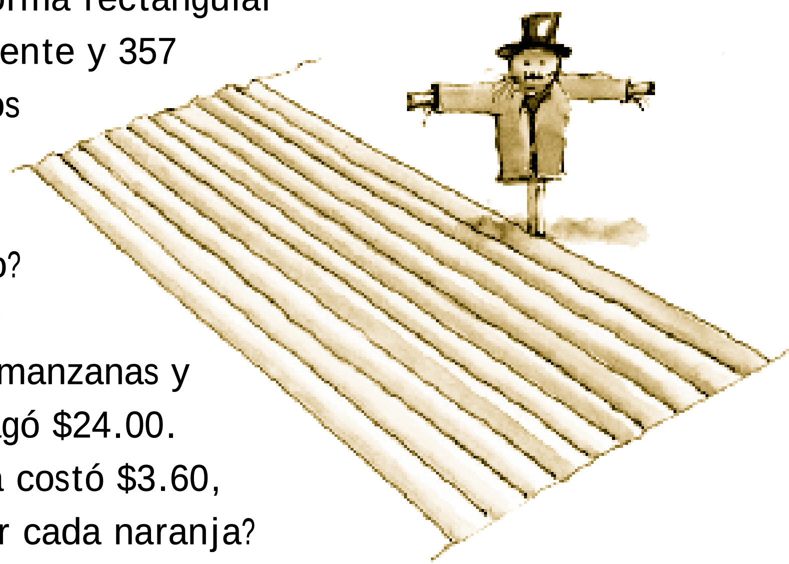
e) $[2.2 \times (5.1 - 4.7)^2 - 1.7] \times 4.3$

f) $\dfrac{\frac{5}{2}}{3} \times \dfrac{4}{\frac{3}{5}}$

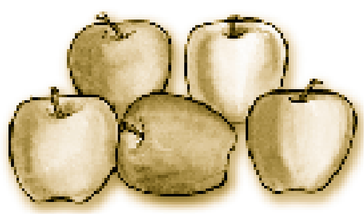
Ejercicio 3

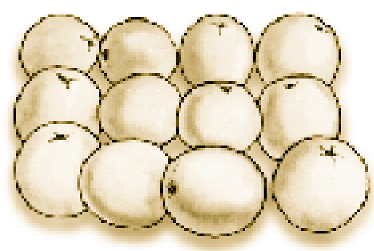
Plantee los siguientes problemas en forma de ecuación y despeje la incógnita usando el procedimiento que usted prefiera:

a) Un terreno de forma rectangular tiene 15 m de frente y 357 metros cuadrados de superficie. ¿Cuánto mide el terreno de fondo?



b) Pablo compró 5 manzanas y 12 naranjas y pagó $24.00. Si cada manzana costó $3.60, ¿cuánto pagó por cada naranja?





c) Mauricio compró un televisor anunciado con el 35% de descuento. Si pagó $1949.35 por el aparato ¿cuánto costaba originalmente?

d) Alejandra depositó $7830 pesos en el banco. Un año después retiró su dinero del banco y le dieron $8847.90. ¿Cuánto ganó por los intereses? ¿Qué porcentaje representa la ganancia que obtuvo en el año?