c) $(8 + 3)^3$
d) $(3 - 5)^4$
e) $(2.1 \div 0.3)^2$
f) $(-5)^3 + (-4)^3$
g) $(10 \times 0.23)^2$
j) $[-19.56 - (-19.56)]^8$
k) $(6\boldsymbol{z})^2$
l) $(\boldsymbol{y} \cdot \boldsymbol{z})^3$
m) $(\boldsymbol{c} \div \boldsymbol{d})^7$
n) $(\boldsymbol{g}^7 \div \boldsymbol{g}^3)^2$
q) $(3\boldsymbol{a} \times 2\boldsymbol{b})^3$
r) $[\boldsymbol{k}^{-10} \div (\boldsymbol{k}^5 \cdot \boldsymbol{k}^3)]^2$
s) $(\boldsymbol{v}^2 \div \boldsymbol{u}^3)^4$
t) $(\boldsymbol{p} + \boldsymbol{q})^2$

Lección 9: Polinomios

Nosotros ya hemos trabajado con distintas expresiones algebraicas desde el primer curso de secundaria y sabemos que en las expresiones algebraicas, las letras representan números. Ahora veremos algo más referente a estas expresiones y cómo podemos operar con ellas recordando las propiedades que hemos visto para las operaciones aritméticas.

Definiciones

Comenzaremos por conocer algunos nombres con los que se identifican algunas expresiones algebraicas.

- Se llama **monomio** a una expresión algebraica en la que no hay sumas ni restas. Por ejemplo:

$$3\boldsymbol{xz}^2,\ \ 5\boldsymbol{y},\ \ -\frac{1}{2}\boldsymbol{w},\ \ \boldsymbol{ab},\ \ \text{etc.}$$

- Se llama **binomio** a la suma o resta de dos monomios. Por ejemplo:

$$-4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}, \quad 7\boldsymbol{x} + 5\boldsymbol{xy}, \quad -5\boldsymbol{x} + 8, \quad \text{etc.}$$

- Se llama **trinomio** a la suma y/o resta de tres monomios. Por ejemplo:

$$\frac{3}{4}\boldsymbol{m} + \frac{1}{2}\boldsymbol{n} + 4.5\boldsymbol{n}, \quad 7.8\boldsymbol{x} - 5\boldsymbol{x} + \frac{3}{7}\boldsymbol{x}, \quad 9\boldsymbol{y} - 2\boldsymbol{xy} - 17, \quad \text{etc.}$$

- Se llama **polinomio** a un binomio, a un trinomio o a la suma y/o resta de más de tres monomios. Por ejemplo:

$$8\boldsymbol{a}^2 - 27\boldsymbol{b} + 4\boldsymbol{c} - 25, \quad -2\boldsymbol{k} + 0.5\boldsymbol{k}^2 - \frac{5}{\boldsymbol{k}}, \quad \text{etc.}$$

- A los monomios que conforman un binomio, trinomio o polinomio también se los llama **términos**.

- Un término o un monomio está compuesto por un número que multiplica a una o varias variables; este número se llama **coeficiente**. Por ejemplo, en el término $-5\,\boldsymbol{mn}$ el coeficiente es -5 y las letras $\boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{n}$ son variables. En general, cuando el coeficiente es 1, no se escribe: por ejemplo, en el monomio $\boldsymbol{ab}$ el coeficiente es 1.

Cuando dos monomios tienen la misma parte literal, es decir, las mismas letras con los mismos exponentes, se dice que son **términos semejantes**. En los ejemplos anteriores tenemos los siguientes términos semejantes:

$$8, \quad 17 \quad \text{y} \quad 25$$
$$\frac{1}{2}\boldsymbol{n}, \quad 4.5\boldsymbol{n} \quad \text{y} \quad 2\boldsymbol{n};$$

$5\boldsymbol{y}$, $-5\boldsymbol{y}$ y $9\boldsymbol{y}$;
$2\boldsymbol{xy}$ y $5\boldsymbol{xy}$;

$\frac{3}{4}\boldsymbol{m}$ y $-4\boldsymbol{m}$;

$7\boldsymbol{x}$, $7.8\boldsymbol{x}$, $5\boldsymbol{x}$ y $\frac{3}{7}\boldsymbol{x}$.

Observe que los términos $-2\boldsymbol{k}$, $0.5\boldsymbol{k}^2$ y $\frac{5}{\boldsymbol{k}}$ no son términos semejantes, porque aun cuando en todos aparece la letra ***k***, ésta está elevada a distintos exponentes en cada uno de los monomios: en $-2\boldsymbol{k}$, el exponente es 1, en $0.5\boldsymbol{k}^2$ es 2 y en $\frac{5}{\boldsymbol{k}}$ el exponente es -1.

Ejercicio 1

Diga si las siguientes expresiones son monomios, binomios, trinomios o polinomios. En el caso en que no sean monomios, indique cuáles son los términos que las componen.

a) $67\boldsymbol{d} + 12.4\,\boldsymbol{ed}$
b) $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{abc} - 4$
c) $58.7\boldsymbol{wqyhk}$
d) $\boldsymbol{t} + \boldsymbol{e} + \boldsymbol{f}$
e) $78\boldsymbol{s} - 12\boldsymbol{r} + 41\boldsymbol{u} - 34\boldsymbol{v} + 87$
f) $-5\boldsymbol{h} + 5\boldsymbol{h}$

Ejercicio 2

En los siguientes polinomios indique los términos semejantes:

a) $5\,\boldsymbol{ab}^4 + \boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b} - \frac{3}{4}\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}$
b) $\boldsymbol{m} - 7\boldsymbol{nm} + 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{mn}$
c) $-4\boldsymbol{r} - 2\boldsymbol{s} + 28\boldsymbol{r}^2$
d) $6\boldsymbol{xy} + 3\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{y} - 7\boldsymbol{xy}^2 + 2\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{y}^2$

Operaciones con polinomios

En esta sección veremos cómo se opera con polinomios. Empezaremos revisando la suma y resta de polinomios, continuaremos con la multiplicación de polinomios y finalizaremos con la división de un polinomio entre un monomio. Conviene tener presente en estas operaciones que los términos de un polinomio están compuestos de coeficientes numéricos y de letras que representan números, por lo que estaremos aplicando continuamente las propiedades de las operaciones entre números reales que revisamos en la lección 7, así como las propiedades de las operaciones con exponentes que vimos en la lección 8.

La suma o resta de dos o más polinomios es la suma o resta de los monomios o términos que los conforman. Por ello, el problema de suma o resta de polinomios se reduce a conocer cómo se opera con monomios.

Sólo se pueden resolver las sumas o restas de monomios semejantes, para lo cual se utilizan las propiedades de la suma y resta entre números que usted ya ha visto desde primer grado de secundaria. Cuando tenemos sumas de términos no semejantes, la dejamos indicada, ya que no se puede avanzar en su resolución.

Veamos los siguientes ejemplos:

Si queremos sumar los monomios $3mn$ y $4mn$, al escribir la suma ya tenemos un binomio:

$$3mn + 4mn =$$

Para resolver la suma indicada podemos pensar del siguiente modo, por un lado tenemos 3 veces el producto mn, y por otro lado lo tenemos 4 veces, si hacemos la suma podemos decir que tenemos 7 veces el producto mencionado. Entonces:

$$3mn + 4mn = 7mn$$

Un modo más formal de explicar este modo de resolver la operación, es recordando la propiedad distributiva del producto con respecto de la suma. Volvamos a nuestro ejemplo:

$$3mn + 4mn = (3 + 4)\, mn,$$

porque si aplicamos la propiedad distributiva al segundo miembro se obtiene el primero. Como $3 + 4$ es 7, llegamos al resultado anterior. Esta forma de "ver al revés" la propiedad distributiva se conoce como *sacar factor común*. Se llama factor común al número o letra que está como factor (es decir multiplicando), en distintos términos de un polinomio. En nuestro ejemplo, m y n son factores comunes.

El procedimiento que hemos seguido en este ejemplo puede generalizarse a la suma y a la resta de dos términos semejantes cualesquiera:

- **El resultado de la suma de términos semejantes es otro monomio semejante a los anteriores, cuyo coeficiente es la suma de los coeficientes de los sumandos.**
- **El resultado de la resta de dos términos semejantes es otro monomio semejante a los anteriores, cuyo coeficiente es la diferencia entre los coeficientes del minuendo y el sustraendo.**

- **Como los coeficientes son números reales, al sumarlos o restarlos se tendrán en cuenta las reglas de operaciones de esos números.**

Veamos otro ejemplo. Supongamos que tenemos una operación como la siguiente:

el monomio $3\boldsymbol{x}$ más el binomio $5\boldsymbol{y} - 4\boldsymbol{x}$

Primero escribimos el trinomio resultante:

$$3\boldsymbol{x} + 5\boldsymbol{y} - 4\boldsymbol{x}$$

y luego reordenamos los sumandos para poder operar con los términos semejantes:

$$3\boldsymbol{x} + 5\boldsymbol{y} - 4\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{x} - 4\boldsymbol{x} + 5\boldsymbol{y} = (3 - 4)\ \boldsymbol{x} + 5\boldsymbol{y} = -1\boldsymbol{x} + 5\boldsymbol{y}$$

Finalmente, como en general no se escribe el coeficiente 1, tenemos que

$$3\boldsymbol{x} + 5\boldsymbol{y} - 4\boldsymbol{x} = -\boldsymbol{x} + 5\boldsymbol{y}$$

Cuando se resuelven sumas o restas entre términos de un polinomio, se dice que *se reducen términos*.

Si queremos sumar dos polinomios simplemente reordenamos y agrupamos los términos semejantes de cada uno de ellos para efectuar, como en los ejemplos anteriores, las operaciones que sean posibles. Si en el polinomio aparecen restas es útil escribirlas como sumas considerando los inversos aditivos, de esta forma será más fácil reagrupar los términos.

A modo de ejemplo, vamos a efectuar la suma de los siguientes tres polinomios:

$$2\boldsymbol{x} + 4\boldsymbol{y} - 5; \qquad 3\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} + 16; \qquad 7\boldsymbol{y} + 3$$

Primero vamos a convertir las restas que aparecen en el primer polinomio y en el segundo, en sumas

$$2\boldsymbol{x} + 4\boldsymbol{y} - 5 = 2\boldsymbol{x} + 4\boldsymbol{y} + (-5);$$
$$3\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} + 16 = \boldsymbol{x} + (-\boldsymbol{y}) + 16;$$

Para expresar la suma podemos acomodar los sumandos uno a continuación de otro y después reordenar para agrupar los términos semejantes o podemos acomodar los polinomios en posición vertical de modo que los términos semejantes queden en la misma columna. Veamos los dos modos:

Primer modo:

$$2\boldsymbol{x} + 4\boldsymbol{y} + (-5) + 3\boldsymbol{x} + (-\boldsymbol{y}) + 16 + \boldsymbol{w} + 7\boldsymbol{y} + 3 =$$

$$\begin{aligned}
&= (2\boldsymbol{x} + 3\boldsymbol{x}) + [4\boldsymbol{y} + (-\boldsymbol{y}) + 7\boldsymbol{y}] + \boldsymbol{w} + [(-5) + 16 + 3] \\
&= (2 + 3)\,\boldsymbol{x} + (4 - 1 + 7)\,\boldsymbol{y} + \boldsymbol{w} + 14 \\
&= 5\,\boldsymbol{x} + 10\,\boldsymbol{y} + \boldsymbol{w} + 14
\end{aligned}$$

Segundo modo:

$$\begin{array}{lrcrcrcr}
 & & & 2\boldsymbol{x} & + & 4\boldsymbol{y} & + & (-5) \\
+ & & & 3\boldsymbol{x} & + & (-\boldsymbol{y}) & + & 16 \\
 & \boldsymbol{w} & + & & & 7\boldsymbol{y} & + & 3 \\
\hline
 & \boldsymbol{w} & + & 5\boldsymbol{x} & + & 10\boldsymbol{y} & + & 14
\end{array}$$

Si quisiéramos restar dos polinomios actuamos de forma muy similar, más aún, podemos convertir la resta entre los polinomios en una suma considerando el inverso aditivo de cada uno de los términos del sustraendo. Por ejemplo vamos realizar la siguiente resta:

Al polinomio $8\boldsymbol{a} + 5\boldsymbol{b} - 4\boldsymbol{ab}$, le vamos a restar el polinomio $3\boldsymbol{ab} - 2\boldsymbol{a} + 8$. Entonces tenemos que:

$(8\boldsymbol{a} + 5\boldsymbol{b} - 4\boldsymbol{ab}) - (3\boldsymbol{ab} - 2\boldsymbol{a} + 8) = (8\boldsymbol{a} + 5\boldsymbol{b} - 4\boldsymbol{ab}) + [-3\boldsymbol{ab} - (-2\boldsymbol{a}) + (-8)]$

Como ahora se tiene una suma usted puede resolverla del mismo modo en que lo hicimos en el ejemplo anterior y seguramente llegará al resultado: $10\boldsymbol{a} + 5\boldsymbol{b} - 7\boldsymbol{ab} - 8$.

Veamos a continuación cómo efectuar la **multiplicación de polinomios**. Aquí se pueden presentar tres situaciones que analizaremos por separado: el producto de dos monomios, el producto de un polinomio por un monomio y el producto de dos polinomios.

Para multiplicar dos monomios no es necesario que éstos sean semejantes. Veamos el siguiente ejemplo

$$(4\,\boldsymbol{x}^2)\,(2\,\boldsymbol{xy})$$

Como cada monomio expresa una multiplicación, tenemos 4 por $\boldsymbol{x}^2$ que multiplica a 2 por $\boldsymbol{x}$ por $\boldsymbol{y}$, y nosotros sabemos por las propiedades conmutativa y asociativa del producto que podemos cambiar el orden de los factores y agruparlos como nos convenga, para poder multiplicar como ya sabemos hacerlo. La expresión anterior se nos convierte entonces en:

$$(4)\ (2)\ (\boldsymbol{x}^{2})\ (\boldsymbol{x})\ (\boldsymbol{y}) = 8\boldsymbol{x}^{3}\boldsymbol{y}$$

Habrá observado que al multiplicar $(\boldsymbol{x}^2)\ (\boldsymbol{x})$, usamos la regla de producto de dos potencias de igual base, es decir sumamos los exponentes.

Veamos algunos ejemplos más:

$$\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{x}\right)\ (-3\boldsymbol{x}^4) = \left(\frac{1}{2}\right)\ (-3)\ (\boldsymbol{x})\ (\boldsymbol{x}^4) = -\frac{3}{2}\boldsymbol{x}^5$$

$$(-4\boldsymbol{pq}^2)\ (-\boldsymbol{p}^3\boldsymbol{q}^5) = 4\boldsymbol{p}^4\boldsymbol{q}^7$$

$$(-0.5\boldsymbol{k})\ (7\boldsymbol{kr})\ (-2\boldsymbol{k}^2\boldsymbol{r}) = 7\boldsymbol{k}^4\boldsymbol{r}^2$$

La segunda situación que veremos es el producto de un polinomio por un monomio. En este caso aplicamos la propiedad distributiva y cada vez tenemos el producto de dos monomios. Por ejemplo:

$$(3\boldsymbol{g} + 2\boldsymbol{h})\ (\boldsymbol{c}) = 3\boldsymbol{gc} + 2\boldsymbol{hc}$$

Veamos otro ejemplo:

$$(5\boldsymbol{x} + 3\boldsymbol{xz} - 2\boldsymbol{z}^2)\ (\boldsymbol{xz}) = (5\boldsymbol{x})\ (\boldsymbol{xz}) + (3\boldsymbol{xz})\ (\boldsymbol{xz}) - (2\boldsymbol{z}^2)\ (\boldsymbol{xz}) =$$
$$5\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{z} + 3\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{z}^2 - 2\boldsymbol{xz}^3$$

Como el resultado es un polinomio cuyos términos no son semejantes, no podemos reducir términos, por lo que hemos terminado la operación.

Finalmente, para multiplicar dos polinomios aplicamos también la propiedad distributiva, recordando que debemos multiplicar cada término de un polinomio por cada término del otro.

Veamos un primer ejemplo: multipliquemos los polinomios $(5\boldsymbol{w} + 2)$ y $(\boldsymbol{z} + 3)$. Primero distribuiremos el binomio $\boldsymbol{z} + 3$ multiplicándolo por el binomio $5\boldsymbol{w} + 2$, y después distribuiremos este último multiplicándolo por cada uno de los términos del primero:

$$
\begin{aligned}
(5\boldsymbol{w} + 2)\ (\boldsymbol{z} + 3) &= (5\boldsymbol{w} + 2)\ (\boldsymbol{z}) + (5\boldsymbol{w} + 2)\ (3) = \\
&= (5\boldsymbol{w})\ (\boldsymbol{z}) + (2)\ (\boldsymbol{z}) + (5\boldsymbol{w})\ (3) + (2)\ (3) = \\
&= 5\boldsymbol{wz} + 2\boldsymbol{z} + 15\boldsymbol{w} + 6
\end{aligned}
$$

Veamos un segundo ejemplo.

$$(\boldsymbol{ab}^2 + \boldsymbol{b}^3)\ (2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) =$$

Antes de hacer la multiplicación, tal vez resulte más sencillo si expresamos la resta del segundo binomio como suma para poder aplicar la ley de los signos de la multiplicación:

$$(\boldsymbol{ab}^2 + \boldsymbol{b}^3)\ (2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) = \ \boldsymbol{ab}^2 + \boldsymbol{b}^3)\ [\ 2\boldsymbol{a} + (-\ \boldsymbol{b})\ ]$$

Ahora procederemos a la multiplicación y haremos las dos distribuciones de una sola vez:

$$(\boldsymbol{ab}^2 + \boldsymbol{b}^3)\ [\ 2\boldsymbol{a} + (-\boldsymbol{b})\ ] = (\boldsymbol{ab}^2)\ (2\boldsymbol{a}) + (\boldsymbol{b}^3)\ (2\boldsymbol{a}) + (\boldsymbol{ab}^2)\ (-\boldsymbol{b}) \quad + \quad (\boldsymbol{b}^3)\ (-\boldsymbol{b}) =$$

$$= \quad 2\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}^2 + 2\boldsymbol{ab}^3 - \boldsymbol{ab}^3 - \boldsymbol{b}^4$$

En este caso, como el segundo y el tercer término son semejantes, podemos resolver la resta:

$$2\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}^2 + 2\boldsymbol{ab}^3 - \boldsymbol{ab}^3 - \boldsymbol{b}^4 \quad = \quad 2\boldsymbol{ab}^3 \ - \ \boldsymbol{ab}^3 = \boldsymbol{ab}^3.$$

Entonces el resultado final de la multiplicación es

$$(\boldsymbol{ab}^2 + \boldsymbol{b}^3)\ (2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) = 2\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}^2 + \boldsymbol{ab}^3 - \boldsymbol{b}^4$$

En general para multiplicar polinomios entre sí, se procede de la siguiente manera:

- **El producto de dos monomios es otro monomio cuyo coeficiente es el producto de los coeficientes de los factores, y la parte literal está formada por todas las letras que aparecen en los factores; cada letra tendrá como exponente la suma de los exponentes que tenía en cada factor.**
- **Para multiplicar dos polinomios se aplica la propiedad distributiva de modo que cada término de un polinomio quede multiplicado por cada uno de los términos del otro. Si es posible se reducen términos.**
- **Si en los factores aparecen restas es útil escribir éstas como sumas usando el inverso aditivo.**
- **Se debe aplicar la regla de los signos que se ha visto para la multiplicación de números.**

Por último para **dividir un polinomio entre un monomio** seguimos un proceso muy similar al que aplicamos en la multiplicación. Para poder aplicar más fácilmente la regla de la división de potencias de igual base, resulta útil que cada término del dividendo tenga todas las letras del divisor. Cuando esto no ocurre podemos agregarlas con exponente cero, ya que como cualquier número elevado a la cero es uno, la expresión no cambia aunque la escribamos de distinta forma.

Veamos el siguiente ejemplo:

$$(3\boldsymbol{b}^2 + \boldsymbol{b}^3\boldsymbol{c}) \div (2\boldsymbol{bc}) =$$

Como en el primer término no aparece la letra c que sí está en el divisor la agregamos con exponente 0, y nuestra expresión se convierte en:

$$(3\boldsymbol{b}^2\boldsymbol{c}^0 + \boldsymbol{b}^3\boldsymbol{c}) \div (2\boldsymbol{bc})$$

Ahora aplicamos la propiedad distributiva y dividimos como ya sabemos hacerlo:

$$(3\boldsymbol{b}^2\boldsymbol{c}^0 + \boldsymbol{b}^3\boldsymbol{c}) \div (2\boldsymbol{bc}) = (3\boldsymbol{b}^2\boldsymbol{c}^0) \div (2\boldsymbol{bc}) + (\boldsymbol{b}^3\boldsymbol{c}) \div (2\boldsymbol{bc})$$

$$= \frac{3}{2}\boldsymbol{b}^1\boldsymbol{c}^{-1} + \frac{1}{2}\boldsymbol{b}^2\boldsymbol{c}^0$$

$$= \frac{3}{2}\boldsymbol{b}^1\boldsymbol{c}^{-1} + \frac{1}{2}\boldsymbol{b}^2$$

Entonces, nuestra división queda así:

$$(3\boldsymbol{b}^2 + \boldsymbol{b}^3\boldsymbol{c}) \div (2\boldsymbol{bc}) = \frac{3}{2}\boldsymbol{b}^1\boldsymbol{c}^{-1} + \frac{1}{2}\boldsymbol{b}^2$$

Y también se puede expresar así:

$$\frac{3\boldsymbol{b}^2 + \boldsymbol{b}^3\boldsymbol{c}}{2\boldsymbol{bc}} = \frac{3\boldsymbol{b}}{2\boldsymbol{c}} + \frac{\boldsymbol{b}^2}{2}$$

Observe que a este último resultado podíamos llegar también del siguiente modo:

$$\frac{3\boldsymbol{b}^2 + \boldsymbol{b}^3\boldsymbol{c}}{2\boldsymbol{bc}} = \frac{3\boldsymbol{b}^2}{2\boldsymbol{bc}} + \frac{\boldsymbol{b}^3\boldsymbol{c}}{2\boldsymbol{bc}} = \frac{3\boldsymbol{b}^2}{2\boldsymbol{bc}} + \frac{\boldsymbol{b}^{32}\boldsymbol{c}}{2\boldsymbol{bc}} = \frac{3\boldsymbol{b}}{2\boldsymbol{c}} + \frac{\boldsymbol{b}^2}{2}$$

Lo que hicimos aquí fue expresar la división como una suma de fracciones en la que cada una tiene en el numerador y en el denominador sólo un término (es decir, no aparecen sumas ni restas dentro de ninguna fracción), y después tachamos los factores comunes en cada fracción: en la primera tachamos arriba y abajo el factor ***b***, y en la segunda tachamos arriba y abajo los factores ***b*** y ***c***. Esto es similar al proceso de simplificación de fracciones que usted estudió en la lección 5 del segundo curso.

En general podemos decir que:

- **El cociente de dos monomios es otro monomio cuyo coeficiente es el cociente del coeficiente del dividendo entre el coeficiente del divisor, y cuya parte literal está formada por todas las letras que aparecen en la operación, en la que cada letra tendrá como exponente la resta del exponente que tenía en el dividendo menos el que tenía en el divisor.**
- **Para dividir un polinomio entre un monomio se aplica la propiedad distributiva de modo que cada término del polinomio quede dividido entre el divisor.**

- **Si en el polinomio aparecen restas es útil escribir éstas como sumas usando el inverso aditivo.**
- **Se debe aplicar la regla de los signos que se ha visto para la división de números.**

Ejercicio 3

Resuelva las siguientes sumas y restas de polinomios:

a) $(\boldsymbol{x} - 7\boldsymbol{z} + 4) + (5\boldsymbol{x} + 4\boldsymbol{z} - \frac{1}{4})$

b) $(2\boldsymbol{x} - 3\boldsymbol{v} + 5) - (4\boldsymbol{y} + 6\boldsymbol{u} - 5)$

c) $(\boldsymbol{n} + \boldsymbol{hg} - 2\boldsymbol{nhg}) + (\boldsymbol{nhg} - \boldsymbol{n} + 1)$

d) $(-6\boldsymbol{d} + 4 - 2\boldsymbol{e}) - (6\boldsymbol{d} - 5\boldsymbol{f} + 3)$

e) $(3\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b} - 4) - (-3\boldsymbol{a} + 4\boldsymbol{b})$

f) $\left(\frac{5}{7}\boldsymbol{w}+\frac{2}{3}\boldsymbol{z}\right)-\left[\left(-\frac{1}{3}\right)\boldsymbol{z}+\frac{9}{5}\boldsymbol{y}\right]-\left[\left(-\frac{4}{5}\right)\boldsymbol{y}-\frac{2}{7}\boldsymbol{w}\right]$

g) $(5\boldsymbol{a} - 3\boldsymbol{b}) + (-6\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}) - (3\boldsymbol{a} + 4\boldsymbol{b}) - (-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

h) $(8\boldsymbol{x}^3 - 40\boldsymbol{x}^2 + 50\boldsymbol{x}) + (-20\boldsymbol{x}^2 + 100\boldsymbol{x} - 125)$

i) $(2\boldsymbol{t}^4 - \boldsymbol{t}^2 + \boldsymbol{t} - 1) + (\boldsymbol{t}^5 - \boldsymbol{t}^3 + 3 + 2\boldsymbol{t})$

j) $(-7\boldsymbol{k} + 2\boldsymbol{s} - 3\boldsymbol{q}) - (-2\boldsymbol{q} - 3\boldsymbol{k}) + (4\boldsymbol{k} + \boldsymbol{q} - 2\boldsymbol{s})$

Ejercicio 4

Resuelva las siguientes operaciones de polinomios:

a) $(2\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{y})\ (3\boldsymbol{x}^3\boldsymbol{y}^2)$

b) $(8\boldsymbol{wz}^2 - 5\boldsymbol{z} + 4)\ (3\boldsymbol{w})$

c) $(\boldsymbol{x}^3 - 2\boldsymbol{x}^2 + 2)\ (\boldsymbol{x}^3 - 2\boldsymbol{x} + 3)$

d) $(3\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b}^2)\ (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})$

e) $(\boldsymbol{g} + \boldsymbol{h})\ (\boldsymbol{g} - \boldsymbol{h})$

f) $(2\boldsymbol{w} - 3\boldsymbol{v})\ (2\boldsymbol{w} - 3\boldsymbol{v})$

g) $(2\boldsymbol{x}^2 - 5\boldsymbol{xy} + 6\boldsymbol{y}^2)\ (2\boldsymbol{x}^2 - 5\boldsymbol{xy} + 6\boldsymbol{y}^2)$

h) $(\boldsymbol{x}^4 - 5\boldsymbol{x}^3 - 10\boldsymbol{x}^2 + 15\boldsymbol{x}) \div (-5\boldsymbol{x})$

i) $(12\boldsymbol{q}^2\boldsymbol{d} - 6\boldsymbol{qd}^2 + 24\boldsymbol{qd}) \div (3\boldsymbol{qd})$

j) $(4\boldsymbol{rt} + 5\boldsymbol{e}^2 - 3\boldsymbol{e})\ (2\boldsymbol{e} - 4 + \boldsymbol{rt})$

k) $(-8\boldsymbol{x} - 3\boldsymbol{x}^2 - 2\boldsymbol{x}^3 - 4)\ (-5\boldsymbol{x}^3 - 2\boldsymbol{x}^2 - 3\boldsymbol{x} - 5)$

l) $(7\boldsymbol{w}^2 - 3\boldsymbol{wz}^2 + 11\boldsymbol{z}^3 - 5\boldsymbol{y}) \div (2\boldsymbol{w}^4\boldsymbol{z}^5)$