INSTITUTO NACIONAL PARA LA EDUCACIÓN DE LOS ADULTOS

OPERACIONES AVANZADAS

GUÍA PARA FORTALECER LA PRÁCTICA EDUCATIVA Y PREPARARSE PARA EL EXAMEN

Versión preliminar

Documento de trabajo

INSTITUTO NACIONAL PARA LA EDUCACIÓN DE LOS ADULTOS

OPERACIONES AVANZADAS

Instituto Tamaulipeco de Educación para Adultos
Elda Patricia Vázquez Farías
Antonia Durán Pérez
Sergio Antonio Azúa Narváez

Dirección Académica del INEA

Coordinación de Contenidos Básicos

Lourdes Aravedo Reséndiz
Marco Antonio García Juárez
Lucina Solís Barrera

Coordinación de Seguimiento y Evaluación

Fausto Ramón Castaño
Luis Alaves Bautista
Gabriel Torres Messina

Dirección de Acreditación y Sistemas INEA

Evaluación del Aprendizaje
Patricia Ramos Méndez
Jorge Díaz Stringel
Miguel Ángel Camacho Silva

ÍNDICE

PRESENTACIÓN.

Esta ***Guía*** tiene un doble propósito; el primero es contribuir a mejorar la práctica educativa que realiza el asesor o asesora; el segundo es preparar a la persona joven o adulta para presentar el examen del módulo ***Operaciones avanzadas.***

La presente Guía se elaboró con base en las fuentes de información citadas en la bibliografía y es también el producto del intercambio de experiencias de 39 asesores y asesoras que participaron en el Taller colegiado que se realizó el 5 de octubre, en la ciudad de Tampico, Tamaulipas. En este taller también colaboraron los técnicos capacitadores, el coautor del módulo, personal de las Direcciones Académica del ITEA y del INEA, y personal de la Dirección de Acreditación y Sistemas.

Para el uso de la Guía, conviene seguir las siguientes recomendaciones:

- Si usted es la persona joven o adulta, es importante que utilice la Guía después de haber concluido el estudio del módulo ***Operaciones avanzadas.***
- Puede estudiar los temas, siguiendo el orden tal como se presenta, si lo prefiere, pude estudiar sólo los temas que desee repasar. Le recomendamos leer con detenimiento cada uno de los temas y poner mucha atención en los ejemplos, tratando siempre de ensayar y reflexionar los procedimientos y respuestas. Después de estudiar la Guía, conteste el examen de práctica que se anexa, a través del cual usted se familiarizará con el tipo de preguntas que tendrá que responder para acreditar el módulo.
- Si eres asesor o asesora, puedes consultar esta Guía, como apoyo para afianzar tus conocimientos matemáticos y organizar la asesoría. La revisión de la Guía puede hacerse posterior al análisis de un tema y antes de proceder a organizar la asesoría, de tal manera que pueda servirte para repasar tanto los conceptos como los procedimientos y estrategias matemáticas. Puedes enviar tus comentarios a la jefatura de proyectos de matemáticas, a la siguiente dirección electrónica: magarcia@inea.gob.mx.

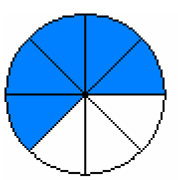
3.1. Fracciones y porcentajes.

FRACCIONES

Las ***fracciones*** representan partes de una unidad, es decir, de un todo. Al número que está arriba de la raya de la fracción se le llama ***numerador*** y al número de abajo se le llama ***denominador.***

$$\frac{5}{8}$$

Numerador
Indica el número de partes que se toman de la unidad
Denominador
Indica el número de partes en que está dividida la unidad



Este círculo está dividido en 8 partes. $\frac{5}{8}$ de este círculo están sombreados, $\frac{3}{8}$ no lo están.

Existen diversos tipos de fracciones:

Fracciones propias:	fracciones cuyo numerador es menor que el denominador.	$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{9}$
Fracciones impropias:	fracciones cuyo numerador es igual o mayor que el denominador.	$\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{5}{5}$
Números mixtos:	fracciones que combinan un número entero con una fracción propia.	$2\frac{1}{3}$, $3\frac{1}{4}$, $6\frac{1}{5}$

PROBLEMAS

1.- Basándose en la información de la página anterior, clasifique los siguientes grupos de fracciones.

1. $\frac{5}{3}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{7}{4}$ ______________________________

2. $1\frac{3}{4}$, $7\frac{1}{5}$, $2\frac{1}{8}$ ______________________________

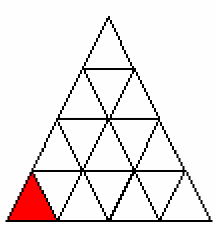
3. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$ ______________________________

2.– Se tiene un terreno de forma rectangular que se ha dividido en seis partes iguales y sólo se ha sembrado en cuatro de ellas, ¿qué parte del terreno no se ha sembrado?

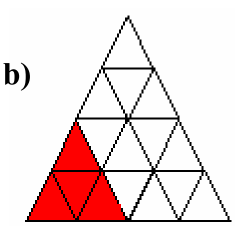
a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{6}$ c) $\frac{4}{6}$ d) $\frac{6}{6}$

3.– ¿Qué fracción de cada figura se ha asombrado?

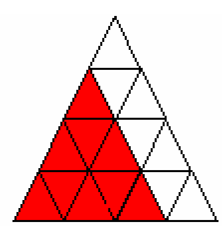
a)



b)



c)



RELACIÓN ENTRE FRACCIONES Y DECIMALES.

Toda fracción se puede expresar en forma decimal y viceversa. Los decimales pueden considerarse fracciones cuyos denominadores son múltiplos de 10 (10, 100, 1000, etcétera.)

Por ejemplo: una posición decimal $0.1 = \frac{1}{10}$

dos posiciones decimales $0.01 = \frac{1}{100}$

tres posiciones decimales $0.001 = \frac{1}{1000}$

Ejemplo 1. Convierta 0 .75 a fracción.

PASO 1. En el numerador: escriba el número 75 sin el punto decimal. $\frac{75}{}$

PASO 2. En el denominador: escriba 100, valor de la última posición decimal. $\frac{75}{100}$

Observe que esta fracción se puede reducir a $\frac{3}{4}$

$$\frac{75}{100} \overset{\div 25}{\underset{\div 25}{=}} \frac{3}{4}$$

Ejemplo 2. Convierta 0.039 a fracción.

$$0.039 = \frac{39}{1000} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{Número sin punto decimal} \\ \leftarrow \text{Tres posiciones decimales (milésimos.)} \end{array}$$

PARA CONVERTIR NÚMEROS DECIMALES A FRACCIONES

1. En el numerador: escribir el número sin el punto decimal.
2. En el denominador: escribir el número que corresponde al valor de la última posición decimal.

Para convertir de fracción a decimal, divida el numerador por el denominador. Se divide porque la raya de la fracción también indica división. En otras palabras, se puede leer como $5 \div 8$ ó $8\overline{)5}$.

Ejemplo 1:

$$\frac{5}{8} = 8\overline{)5.000}^{\,.625}$$

$$\begin{array}{r} 5.000 \\ \underline{-\ 4\,8} \\ 20 \\ \underline{-\ 16} \\ 40 \\ \underline{-\ 40} \\ 0 \end{array}$$

PROBLEMAS

1. Convierta estos decimales a fracciones. Redúzcalos a su mínima expresión de ser necesario.

(a) $.07 = \frac{\_\_\_}{100}$ **(b)** .32 **(c)** 3.1

2. Convierta estas fracciones a decimales. Exprese el resto en forma de fracción si obtiene un cociente de más de dos posiciones decimales.

(a) $\frac{3}{8}$ **(b)** $\frac{4}{3}$ **(c)** $\frac{5}{6}$

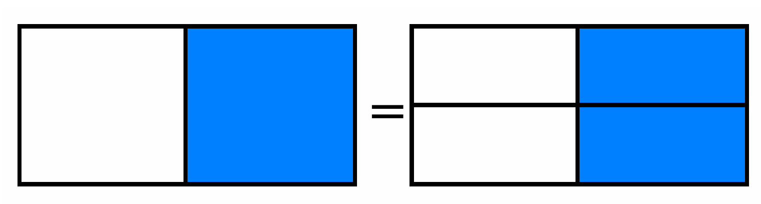
3. Una pieza de listón mide 17cm de largo y se cortan cuatro pedazos iguales. Encierre las respuestas correctas.

a) 4cm y sobra 1 pieza. ***b)*** 4cm y sobra 1cm.

C) $4\frac{1}{4}\,cm.$ ***b)*** 4.25cm. ***d)*** $\frac{4}{17}\,cm.$

AMPLIACIÓN Y REDUCCIÓN DE FRACCIONES.

A fin de facilitar el manejo de las fracciones, se pueden ***ampliar*** las mismas a términos mayores o ***reducirlas*** a términos menores. En ambos casos, se convierte tanto el numerador como el denominador de la fracción. Al ampliar o reducir una fracción, se está hallando una ***fracción equivalente***, es decir, una fracción que posee el mismo valor que la fracción inicial. Por ejemplo, medio melón tiene el mimo valor que dos cuartos del mismo melón. Puesto que son equivalentes las fracciones, se pueden escribir como $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ Esta relación, también se puede representar por medio de una gráfica.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

COMO AMPLIAR UNA FRACCIÓN A TÉRMINOS MAYORES

Multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número, obteniéndose así una fracción equivalente.

Ejemplo 1: $\frac{5 \times 2}{8 \times 2} = \frac{10}{16}$

$$\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$$

Ejemplo 2: $\frac{3x5}{7x5} = \frac{15}{35}$

$$\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$$

CÓMO REDUCIR UNA FRACCIÓN A TÉRMINOS MENORES

Dividir el numerador y el denominador entre el mismo número, obteniendo así una fracción equivalente. (Elíjase un número que divida de forma exacta tanto el numerador como el denominador.)

Ejemplo 1:

$$\overset{\div 4}{\underset{\div 4}{\frac{12}{16} = \frac{3}{4}}}$$

Ejemplo 2:

$$\overset{\div 9}{\underset{\div 9}{\frac{27}{36} = \frac{3}{4}}}$$

Una fracción se halla reducida a su ***mínima expresión*** si no hay un número entero que no sea 1 que divida de forma exacta el numerador y el denominador. El proceso de reducir una expresión a su mínima expresión recibe el nombre de ***simplificación***. Por ejemplo, $\frac{3}{8}$ ya está simplificado o reducido a su mínima expresión, ya que no hay otro número entero que no sea 1 por el que puedan dividirse de forma exacta 3 y 8.

PROBLEMAS

1. Amplíe cada fracción a términos mayores según se indica.

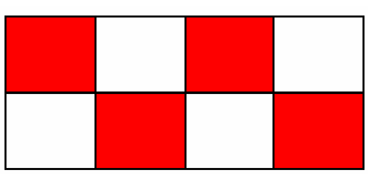
(a) $\frac{3}{8} = \frac{\quad}{24}$ **(b)** $\frac{6}{7} = \frac{\quad}{28}$

2. Reduzca cada una de las fracciones a su mínima expresión.

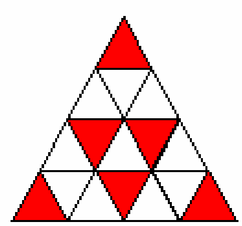
(a) $\frac{6}{8} =$ **(b)** $\frac{25}{30} =$

3. Reduzca la fracción representada a una mínima expresión.

a)



b)



4. Adela elaborará un pastel. En la receta dice que debe usar $\frac{3}{4}$ de litro de leche.

Si sólo tiene un vaso graduador de $\frac{1}{8}$ de litro, ¿Cuántos vasos de $\frac{1}{8}$ de litro debe usar para obtener el volumen que indica la receta?

SUMAS Y RESTAS DE FRACCIONES

Cuando haya que sumar o restar fracciones o números mixtos, conviene cerciorarse de que las fracciones tengan denominadores comunes. De no ser así, se deberán convertir las fracciones a otras equivalentes que tengan denominadores comunes antes de proceder a sumar o restar.

Ejemplo 1: Sume $\frac{3}{8}$ y $\frac{1}{8}$

PASO1. Como los denominadores son iguales, sume los numeradores.

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{8} = \frac{4}{8}$$

PASO 2. Reduzca la respuesta.

$$\frac{4}{8} \underset{\div 4}{\overset{\div 4}{=}} \frac{1}{2}$$

Ejemplo 2: Reste $\frac{7}{10} - \frac{3}{5} =$

PASO1. Encuentre el denominador común y las fracciones equivalentes.

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{5} = \frac{7}{10} - \frac{3 \times 2}{5 \times 2}$$

PASO 2. Reste los numeradores

$$\frac{7}{10} - \frac{6}{10} = \frac{7-6}{10} = \frac{1}{10}$$

Ejemplo 3: Sume $\frac{3}{3}+\frac{1}{6}+\frac{3}{4}$

PASO 1. Encuentre el denominador común a todos los números

$$\frac{2 \text{ x } 8}{3 \text{ x } 8} + \frac{1 \text{ x } 4}{6 \text{ x } 4} + \frac{3 \text{ x } 6}{4 \text{ x } 6} =$$

PASO 2. Sume los numeradores y coloque el total sobre el denominador común.

$$\frac{16}{24} + \frac{4}{24} + \frac{18}{24} = \frac{16+4+18}{24} = \frac{38}{24}$$

PASO 3. Convierta la fracción impropia a número mixto.

$$\frac{38}{24} = 1\ \frac{7}{12}$$

Otra alternativa de solución, es usando el mínimo común denominador.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{8+2+9}{12} = \frac{19}{12} = 1\ \frac{7}{12}$$

PROBLEMAS

1.– En el mercado, Don Jorge compro $3\frac{1}{2}\,kg$ de manzanas , $1\frac{1}{4}\,kg$ de peras y una sandia pesó $3\frac{1}{8}\,kg$. ¿Cuánto pesó en total la bolsa del mandado?

2.– Un bote de pintura vinílica pesa $10\frac{1}{2}\,kg$. Si el bote vacío pesa $1\frac{3}{4}\,kg$, ¿Cuánto pesa la pintura vinílica?

3. $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} =$

4. $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} =$

5. $\frac{9}{10} - \frac{3}{10} =$

6. $\frac{4}{5} - \frac{1}{2} =$

7. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} =$

8. $10 - \frac{2}{9} =$

9.– Observe la secuencia y complete lo que falte.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Para multiplicar dos fracciones se multiplican los numeradores y los denominadores

Ejemplo.

$$\frac{2}{3} \text{ x } \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

Simplificar si es posible

$$\frac{7}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{21}{45} \overset{\div 3}{\underset{\div 3}{=}} \frac{7}{15}$$

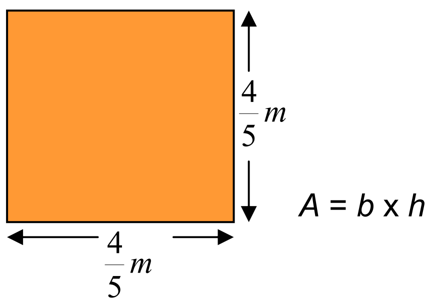
$\frac{1}{3}$

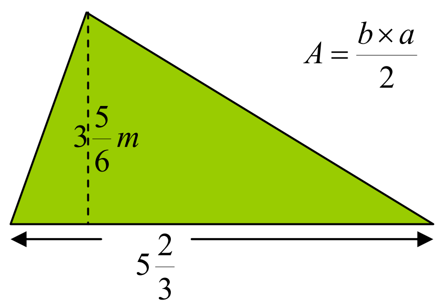
PROBLEMAS

1.-¿Cuántos minutos hay en $\frac{3}{4}$ de hora, si en una hora hay 60 minutos entonces en debe haber 60 x $\frac{3}{4}$ = $\frac{180}{4}$ = 45 minutos.¿Cuántos minutos hay en $\frac{3}{4}$ de hora?

2.– Doña Catalina tiene un terreno en un esquina que ocupa $\frac{2}{5}$ de un calle $\frac{3}{8}$ partes de otra. ¿Qué parte de la manzana abarca el terreno?

3.– Calcule el área de las siguientes superficies planas.





4: $\frac{3}{4}$ x $\frac{1}{2}$ =

5: $\frac{2}{3}$ x $\frac{3}{5}$ =

6: $\frac{6}{15}$ x $\frac{1}{4}$ =

DIVISIÓN DE FRACCIONES.

La división es la operación inversa a la multiplicación. Por ejemplo, cuando dividimos un número entre 2, en realidad estamos multiplicando por $\frac{1}{2}$

$$12 \div 2 = 12 \times \frac{1}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

La fracción $\frac{1}{2}$ se dice que es ***recíproco*** de 2. Dos números son recíprocos cuando su producto es 1. Como $5 \times \frac{1}{5} = 1$, los números 5 y $\frac{1}{5}$ son recíprocos. Para hallar el recíproco de un número, simplemente inviértalo, es decir, use el numerador como denominador y el denominador como numerador

Ejemplo: $\frac{7}{8} \div \frac{3}{4} =$

PASO 1. Multiplique la primera fracción por el recíproco de la segunda.

$$\frac{7}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{7}{8} \times \frac{4}{3}$$

PASO2. Multiplique los numeradores y luego los denominadores entre sí y convierta la fracción impropia a número mixto.

$$\frac{7}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{28}{24} \underset{\div 4}{\overset{\div 4}{=}} \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

CÓMO DIVIDIR NÚMEROS MIXTOS.

1. Convertir los números mixtos a fracciones impropias.
2. Multiplicar la primera fracción por el recíproco de la segunda.
3. Volver a convertir las fracciones impropias a números mixtos.

Ejemplo 1: $4\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} =$

PASO 1. Convierta ambos números mixtos a fracciones impropias.

$$\frac{14}{3} \div \frac{3}{2} =$$

PASO2. Multiplique la primera fracción por el recíproco de la segunda y vuelva a convertir la fracción impropia resultante a número mixto.

$$\frac{14}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{28}{9} = 3\frac{1}{9}$$

PROBLEMAS

1.– En una festividad, 12 personas usarán un listón en el brazo. Si se cuenta con $4\frac{1}{2}$ de listón, ¿Cuánto listón le tocará a cada persona?

2.– ¿Cuántos terrenos de $\frac{1}{16}$ de hectárea caben en un terreno de $\frac{3}{4}$ de hectárea?

3. $\frac{2}{3} \div 4 =$ **4.** $\frac{3}{7} \div \frac{6}{35} =$ **5.** $9 \div 2\frac{1}{2} =$

PORCENTAJES

Los porcentajes, al igual que los decimales y las fracciones, constituyen otra manera de expresar un parte determinada de una unidad. El ***porcentaje*** es la parte de un todo que se ha dividido en 100 porciones iguales. De ahí la palabra "porcentaje" o tanto "por ciento".

El porcentaje se expresa con un número seguido con el signo %. Por ejemplo: 50% representa lo mismo que $\frac{50}{100}$ ó 0.50. Al trabajar con porcentajes, se hace a veces necesario convertirlos a decimales o fracciones equivalentes. La tabla adjunta indica que existe una relación entre porcentajes, fracciones y decimales.

PORCENTAJES	FRACCIÓN	DECIMAL
1%	$\frac{1}{100}$	0.01
5%	$\frac{5}{100}=\frac{1}{20}$	0.05
10%	$\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$	0.10
25%	$\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$	0.25
50%	$\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$	0.50
75%	$\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$	0.75
100%	$\frac{100}{100}=1$	1.00

Dado que el 100% representa la unidad –el todo– cualquier número menor que 100% es menor que la unidad. Por ejemplo, el 75% de una cantidad es sólo una parte de esa cantidad.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PORCENTAJE

1. Determinar si lo que se pide es la parte, la unidad o el porcentaje. Representar con ***n*** el número desconocido.
2. Establecer la proporción ubicando los números conocidos así como la ***n*** es su lugar correspondiente.

$$\frac{\text{Parte}}{\text{Unidad}} = \frac{\text{Porcentaje}}{100}$$

3. Multiplicar en diagonal.
4. Dividir por el número restante.

Ejemplo: ¿Qué porcentaje de 72 es 18?

Solución: Se pide hallar el PORCENTAJE.

$$\underset{\text{Unidad}}{\overset{\text{parte}}{}}\ \frac{18}{72} = \frac{n}{100}\ \text{porcentaje}$$

$$\frac{18}{72} = \frac{n}{100}$$

Multiplique en diagonal: 18 x 100 = 1800

Divida: 1800 ÷ 72 = 25

n = 25

La parte desconocida es 25. Es decir que el 25% de 72 es 18.

PROBLEMAS

1.- Julio gana 2100 pesos al mes. Él ahorra el 12% de su sueldo y gasta 420 pesos al mes en alquiler, ¿Cuánto ahorra Julio al mes?

$$\frac{n}{2100} = \frac{12}{100}$$

2. La Sra. María entregó un 15% inicial para la compra de un nuevo automóvil. Si el pago inicial fue de $1880 ¿Cuánto costó el automóvil?

3. Los empleados de una tienda departamental reciben un descuento del 20% en todas sus compras. Si Gabriel compra tres discos a $52.50 pesos cada uno, ¿Cuánto le toca pagar después de aplicarle el descuento que le corresponde como empleado?

4. A Miguel le descuentan el 12% de su sueldo por concepto de un préstamo hipotecario. Si gana $1800 a la semana y debe aún $ 7260, ¿Durante cuántas semanas le van a seguir descontando?

5. Doña Carmen compró una camioneta a crédito que cuesta $ 85,000, deberá pagar $35,000 de enganche y el resto en un mes. Si debe pagar el 3.5% de interés mensual ¿cuánto deberá pagar al termino del mes?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INTERÉS.

El interés es la renta que se paga por el uso del dinero. La tasa de interés es el porcentaje que se paga de renta, en forma mensual o anual.

Para hallar el interés que se debe pagar por un préstamo que se contrató a una tasa de interés mensual (r), multiplique el importe del préstamo por la tasa del interés y por el plazo o tiempo (número de mes) que duró el préstamo o tardó en pagarlo.

$$I = P \text{ x } r \text{ x } t$$

La cantidad total a pagar al término del plazo convenido es el monto del préstamo (P) más el importe de la renta o interés devengado (I).

$$\text{Total} = P + I$$

EJEMPLO1: Con el objeto de ampliar una de sus tiendas, un fabricante de toallas pide un préstamo de 35,000 pesos por 18 meses a una tasa de interés mensual del 4% ¿Qué interés pagará el fabricante por el préstamo?

$$I = 35,000 \times \frac{4}{100} \times 18$$

I = 35,000 x 0.04 x 18
I = 25,200

Ejemplo 2: Doña Petra pidió un préstamo de 4000 pesos por tres años. Halle la cantidad que obtuvo que devolver siendo la tasa anual de interés del 8%.

PASO 1: Calcule el interés acumulado en los tres años, aplicando la fórmula $I = P \text{ x } r \text{ x } t$

$$I = 4000 \text{ x } 0.08 \text{ x } 3$$
$$I = 960$$

PASO 2: Calcule la cantidad que deberá pagar al término de tres años: el importe del préstamo más el interés acumulado.

$$4000 + 960 = 4960$$

PROBLEMAS

1. El propietario de un hotel solicitó un préstamo de $30,000 para la compra de 24 televisores El préstamo es a 90 días a una tasa de interés anual del 12%. Halle la cantidad total que debe pagar.

2. El señor Alonso pidió prestado dinero a una tasa del 8% anual. Si el cargo por intereses ese año es de $360, ¿cuánto recibió en préstamo?

3. Josefina depositó $15,000 en una cuenta de ahorros que le da un interés del 8% anual ¿Qué cantidad podrá Josefina retirar de su cuenta de ahorros después de un año?

4. Carmen compró $ 4375.00 de mercancía. Si al vender esa mercancía obtendrá una ganancia del 25% ¿Cuánto dinero ganará?

5. Felipe le debe $2000 a su tío y lo único que puede vender para cumplir su compromiso es un televisor. Está ofreciendo el televisor en $2500 y dice que con ello pierde el 20% del precio real. ¿Cuál es el precio real de la televisión?

3.2. Geometría.

MEDICIÓN DE FIGURAS

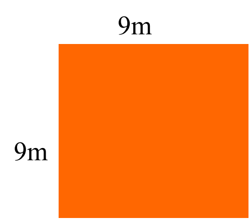
PERÍMETRO

El ***perímetro*** es la longitud del contorno de una figura.

Para hallar el perímetro de una figura, se suman las medidas de todos los lados de la figura.

El ***perímetro de un cuadrado*** es igual a cuatro veces la medida de uno de sus lados (perímetro = 4 x ℓ), ya que los cuatro lados de un cuadrado son iguales.

Ejemplo. Encuentre el perímetro de un cuadrado.
que mide 9m de lado.

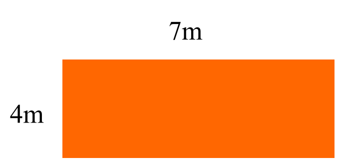


P = 4 x ℓ
P = 4 x 9m
P = 36m

El ***perímetro de un rectángulo*** es ***P =*** 2b + 2a, siendo, *b* la base y *a* la altura.

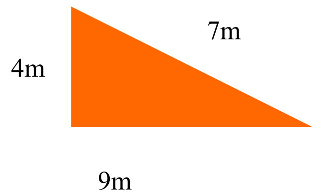
Ejemplo. Encuentre el perímetro de un rectángulo.
que mide 7m x 4m

P = 2b + 2a
P = 2 x 7m + 2 x 4m
P = 14m + 8m = 22m



El ***perímetro de un triángulo*** es ***P*** = ***a*** + ***b*** + ***c***. siendo ***a, b*** y ***c*** las longitudes de los tres lados.

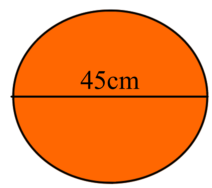
Ejemplo . Encuentre el perímetro de un triángulo.



P = a + b + c
P = 4m + 7m + 9m = 20m

La circunferencia de un círculo es el perímetro (o contorno) del círculo. La fórmula es C = πd. Siendo C la circunferencia, π = 3.14 y d el diámetro. La circunferencia es aproximadamente igual a 3.14 veces el diámetro.

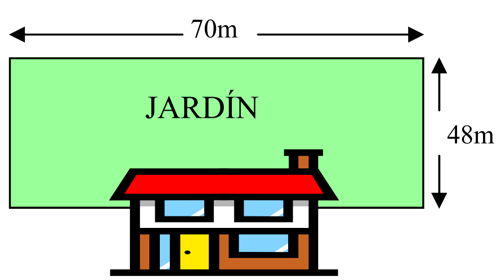
Ejemplo . Encuentre la circunferencia de un círculo. que mide 45cm de diámetro.



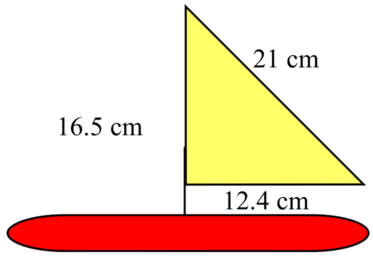
C = πd
C = 3.14 x 45cm = 141.3cm

PR0BLEMAS

1.¿Cuántos metros de cerca se necesitan para rodear el jardín de esta casa?

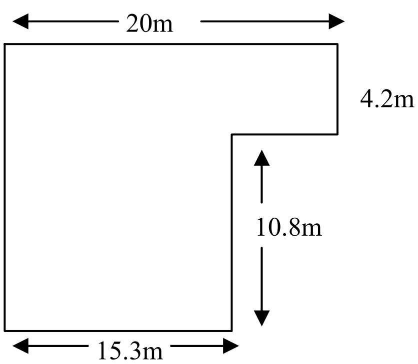


2.¿Qué cantidad de ribete se necesita para cubrir el contorno de la vela triangular del barquito del dibujo?



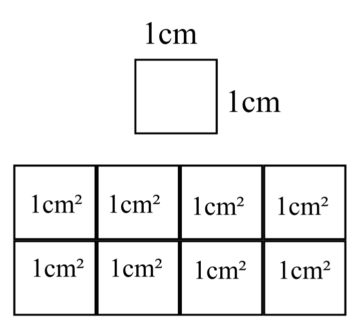
3. Un granjero desea cercar un campo rectangular de 400m por 224m. El costo de cerca es de \$57.50 por tramo de 8 metros, ¿Cuánto le costará la cerca?

4. Encuentre el perímetro de la figura.



ÁREAS

El área es la cantidad de superficie que ocupa un objeto. El área se mide en unidades cuadradas como los centímetros cuadrados o los metros cuadrados. Imagine un cuadrado de un centímetro de lado. Esto sería un centímetro cuadrado.



Cuando se nos pide calcular el área en centímetros cuadrados, estamos en realidad calculando el número de cuadros de un centímetro por un centímetro, que caben en la superficie que estamos midiendo. Por ejemplo, el de la derecha contiene 8 centímetros cuadrados de área.

Las respuestas de los problemas sobre áreas están dadas en unidades cuadradas (pulgadas cuadradas, metros cuadrados, etc.)

El área de un cuadrado es ***A = lado x lado***. Dado un cuadrado con un lado de 7 metros, el área sería igual a 7 metros x 7 metros = $49m^2$, (ó 49 metros cuadrados).

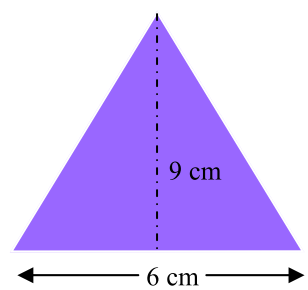
El ***área de un rectángulo*** es ***Área = b*** x ***a***, siendo, ***b*** la base y ***a*** la altura.

EJEMPLO : ¿Cuál es el área de una mesa de 3m x 5m?

Solución: $A = 3m \times 5m = 15m^2$

El ***área de un triángulo*** es $A = \frac{b \times a}{2}$

siendo, *b* la base, *a* la altura. Para calcular el área de un triángulo, multiplique la base por la altura y divida entre dos.

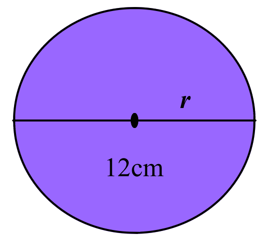


EJEMPLO . Encuentre el área de un triángulo de 6cm de base y 9cm de altura.

$$A = \frac{b \times a}{}$$

$$A = \frac{6cm \times 9cm}{2} = 27cm^2$$

El ***área de un círculo*** es $A = \pi r^2$,
π (aproximadamente 3.14) y ***r*** el radio.



EJEMPLO. Encuentre el área de un círculo de 12 centímetros de diámetro (recuerde que el radio es igual al diámetro entre dos).

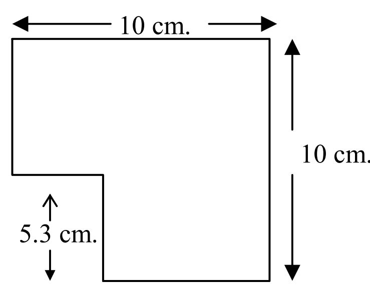
PASO 1. Encuentre el radio. $r = \frac{D}{2} = \frac{12}{2} = 6$

PASO 2. Sustituya la formula por los valores numéricos y calcule.

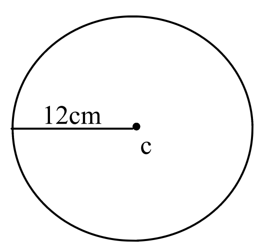
$A = \pi r^2$
$A = 3.14\ (6cm)^2$
$A = 3.14\ (36cm^2)$
$A = 113.04\ cm^2$

PROBLEMAS

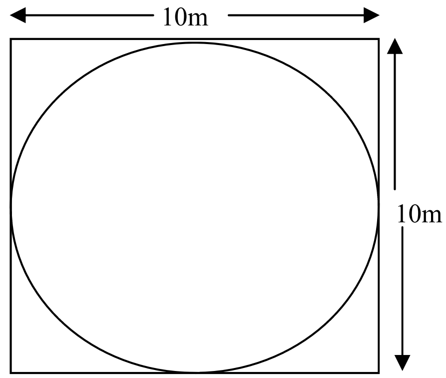
1. Calcule el área de la siguiente figura.



2. Calcule el área del círculo que tiene de radio12 cm (use 3.14 como valor de π)

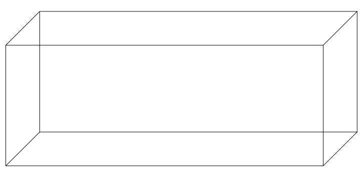


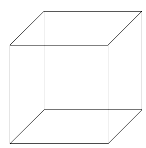
3. ¿Cuántos metros cuadrados medirá una alfombra circular de mayor tamaño que se pudiera colocar en una sala de 10 metros por 10 metros?

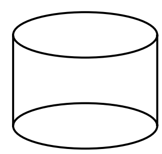


VOLUMEN

El ***volumen*** es la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo tridimensional. Como ejemplos de cuerpos geométricos se puede citar el paralelepípedo (caja rectangular), el cubo y el cilindro.


Paralelepípedo

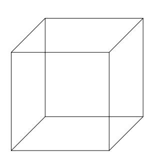

Cubo


Cilindro

El volumen se mide en unidades cúbicas. Como los metros cúbicos, los centímetros cúbicos y los milímetros cúbicos. Por ejemplo, un metro cúbico es un cubo con aristas de 1 metro.

El ***volumen de un cubo*** es $V = \ell^3$. siendo ℓ el lado del cubo. Los dados y las cajas cuadradas son ejemplos de cubos. Todos los lados del cubo tienen la misma longitud. De esta forma, el volumen del cubo es igual al lado elevado al cubo: es decir lado por lado por lado.

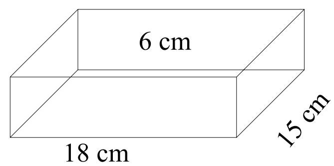
Ejemplo .El volumen de un cubo donde $\ell = 2$ cm


2cm

$V = \ell^3$
$= 2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 2\text{cm}$
$= 8\ \text{cm}^3$

El ***volumen de un paralelepípedo*** (caja rectangular) es $V = lah$**,** siendo l el largo, a el ancho y h el alto. El volumen es igual al largo por el ancho por el alto.

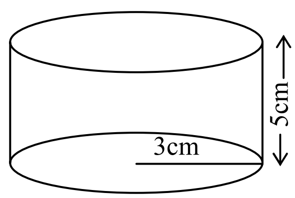
Ejemplo .El volumen de una caja rectangular que mide de base 18cm x 15cm y de altura 6cm.



$V = lah$
$= 18cm \times 15cm \times 6cm$
$= 1620cm^3$

El ***volumen de un cilindro*** es $V = \pi r^2 h$**,** siendo, r el radio de la base circular y h la altura del cilindro, π es aproximadamente igual a 3.14.

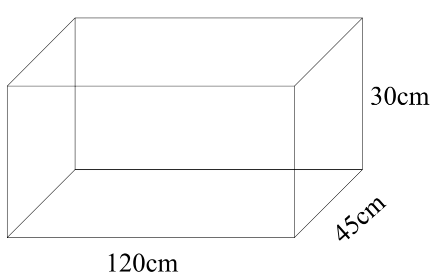
Ejemplo 3. El volumen de un recipiente cilíndrico de radio igual a 3cm y 5cm de altura.



$V = \pi r^2 h$
$= 3.14\,(3cm)^2(5cm)$
$= 3.14\,(3x3) \times 5$
$= 3.14 \times 45 = 141.3cm^3$

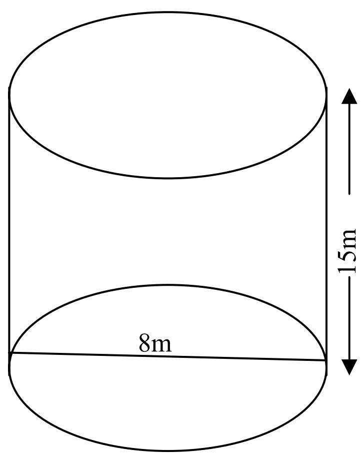
EJERCICIOS

1. ¿Cuántos litros de agua se requieren para llenar un acuario de 45cm x 120cm x 30cm



2. ¿Cuánta tierra se necesita para cubrir un jardín de 25 metros por 40 metros con una capa de 60 centímetros de altura?

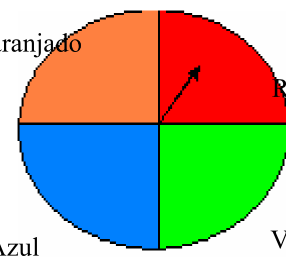
3. El silo de un agricultor tiene las dimensiones indicadas abajo. ¿Cuál es el volumen del silo?



3.3 Probabilidad y Estadística.

PROBABILIDAD

Se puede decir que la ***probabilidad*** es el lenguaje de la incertidumbre. El meteorólogo dice que la probabilidad de que llueva hoy es del 40%; pero seguimos sin saber si va a llover o no. La probabilidad nos ayuda a predecir o pronosticar el futuro basándose en un análisis del pasado. La probabilidad se puede expresar en forma de fracción, razón o porcentaje. Una probabilidad de 0 significa que no va a ocurrir un suceso. Una probabilidad de 1 significa que es seguro que ocurra un suceso. Los números comprendidos entre 0 y 1 (fracciones) indican si el suceso se aproxima más a 0 (menos probable que ocurra) o a 1 (más probable que ocurra).



Usemos una ruleta para ilustrar el concepto de probabilidad. Supongamos que la ruleta está perfectamente equilibrada y que existe la misma posibilidad de que se detenga en cualquier color. Cada giro de la ruleta es un ***suceso***. El color en el que se detiene es el resultado del ***suceso***.

Al girar la ruleta, los resultados posibles son cuatro: rojo, azul, verde y anaranjado. Se produce un suceso favorable cuando al girar la ruleta se obtiene el color deseado. La probabilidad de que se produzca un resultado favorable es la razón entre el número de resultado favorables y el número de resultados posibles. La probabilidad se puede expresar en forma de fracción o razón como se puede apreciar abajo. También conviene recordar que se puede expresar en forma de porcentaje.

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{Número de resultados favorables}}{\text{Número de resultados posibles}} = \frac{1}{4}$$

Si se gira la ruleta, la probabilidad de que se detenga en el rojo es de $\frac{1}{4}$.
Aunque hay cuatro resultados posibles (rojo, azul, verde o anaranjado), sólo hay un resultado favorable (rojo). La probabilidad de que se detenga en rojo también se puede expresar como un 25%; en razón de lo cual se puede decir que existe una probabilidad de un 25% de que la ruleta se detenga en el rojo.

Ahora halle la probabilidad de que la ruleta se detenga en el rojo o en el verde. En este caso hay dos resultados posibles que pueden ser favorables. La probabilidad es:

$$\frac{2 \text{ número de resultados favorables}}{4 \text{ número de resultados posibles}}$$

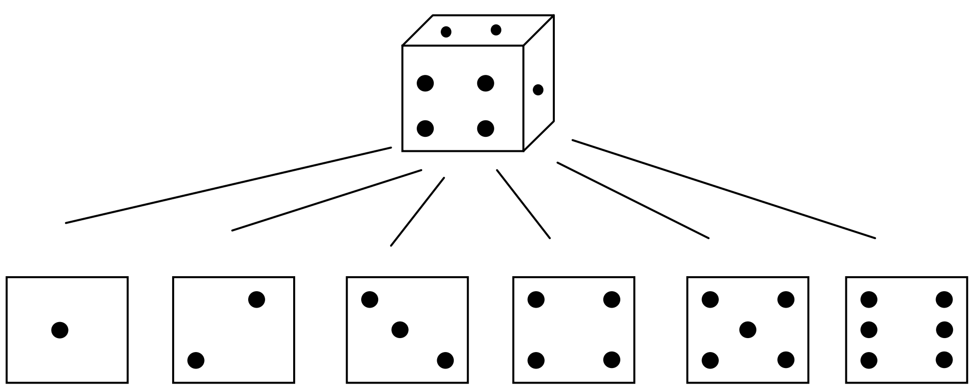
$\frac{2}{4}$ se puede reducir a $\frac{1}{2}$ Así, la probabilidad de que se detenga en el rojo o en el verde es de $\frac{1}{2}$ ó 50%.

PROBLEMAS

1. Si se lanza una moneda al aire nueve veces y en todos los lanzamientos sale cara. ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara la décima vez que se lance la moneda?
   Nota: tome en cuenta que los sucesos son independientes.

   (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{9}{10}$ (5) no se da suficiente información

Las preguntas 2-4 se refieren al dado que se ilustra abajo. Considere que se lanza un dado con los siguientes números en sus caras.



2. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un 5?

(1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{5}{6}$

3. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número par?

(1) 16 $\frac{2}{3}$ % (2) 20% (3) 30% (4) 33 $\frac{1}{3}$ % (5) 50% ó $\frac{3}{6}$

4. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número mayor que 6?

(1) 0 (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) 1

GRÁFICAS Y ESTADÍSTICA

MEDIA Y MEDIANA

La ***media*** es el promedio de un conjunto de cantidades. Para calcular el promedio, se suman los datos y se divide el total por el número de datos.

Por ejemplo, Estela vendió 132, 147, y 108 tamales. Para calcular sus ***media*** (promedio) de ventas, se suman sus ventas: 132+147+108 = 387 y después se divide el total por tres (número de ventas): 387 ÷ 3 = 129. Por lo tanto, la media, o promedio, de sus ventas es de 129.

La ***mediana*** de un conjunto de datos se calcula ordenando los números de menor a mayor e identificando luego el número de enmedio del conjunto. Esté número de enmedio es la mediana. Las tres ventas de Estela son, en orden de menor a mayor: 108, 132, 147. La cantidad de enmedio es 132; por lo que la mediana es 132.

CÓMO CALCULAR LA MEDIA O PROMEDIO

1. Sumar las cantidades.
2. Dividir entre el número de cantidades.

CÓMO CALCULAR LA MEDIANA.

1. Poner los números de menor a mayor.
2. Identificar el número de enmedio. (Si hay dos números en el medio, se halla el promedio de los dos números.)

Ejemplo: Con el objeto de realizar un estudio acerca del número de clientes que van a en su tienda, Don Pepe obtiene y organiza la siguiente información durante los primeros 17 días de marzo, ¿cuál es la mediana del número de clientes?

35, 37, 43, 28, 32, 38, 45, 21, 26, 27, 44, 46, 29, 39, 42, 86, 117.

La mediana es 38 mientras que la media (promedio) es 43.24.

PROBLEMAS

El encargado de llevar un registro de los resultados de los partidos del equipo de basquetbol de Chihuahua anotó el marcador final de los últimos seis juegos.

FECHA	ADVERSARIO	VS. ADVERSARIO
12/4	Sonora	48 a 37
12/6	Monterrey	45 a 63
12/10	Baja California	53 a 42
12/12	Tamaulipas	72 a 24
12/18	Aguascalientes	68 a 44
12/20	Jalisco	74 a 51

1. ¿Cuál es el promedio de puntos anotados por los adversarios?

2. ¿Cuál es la mediana de la puntuación obtenida por el equipo de Chihuahua?

3. El precio de un mismo uniforme de basquetbol en cinco tiendas distintas es de \$486.50, \$399.50, \$448.00, \$522.50 y \$428.80 respectivamente ¿Cuál es la mediana del precio de ese uniforme?

GRÁFICAS

Las gráficas, cuadros y tablas son útiles recursos que nos permiten organizar datos y representarlos en forma visual. De este modo, se simplifica el manejo de la información. A menudo se puede captar toda una situación con sólo echar una rápida mirada a un gráfico. Al organizar los datos visualmente, las gráficas y tablas nos ayudan a interpretar, comparar y analizar números.

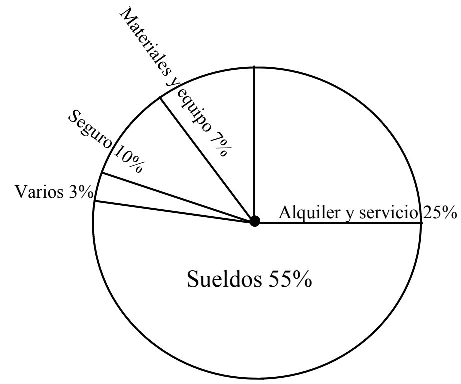
GRÁFICAS CIRCULARES

En las ***gráficas circulares***, el círculo representa la unidad o cantidad total.

El círculo de la derecha representa el total de los gastos comerciales de la fábrica.

Si tomamos todos los sectores del círculo, se obtiene un total del 100%.

GASTOS COMERCIALES DE UNA FÁBRICA DE ZAPATOS.



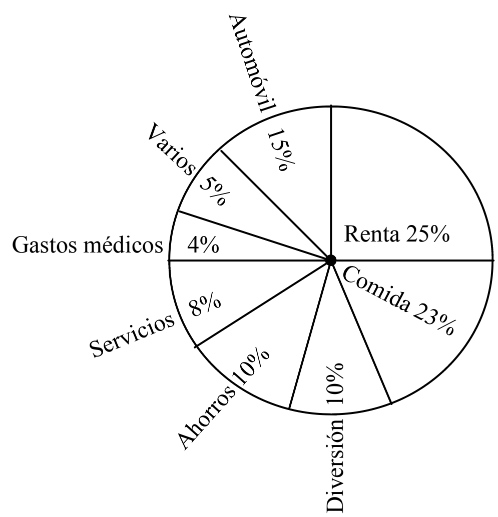
Ejemplo: Si el año pasado el total de gastos comerciales de la fábrica ascendió a $125000. ¿Cuánto fueron los gastos de alquiler y servicios? Según indica la gráfica de la página anterior, el alquiler y los gastos de servicios representan un 25% del total. Necesitamos, por lo tanto hallar el 25% de $125,000.

$$125{,}000 \times 0.25 = 31{,}250$$

EJERCICIO

Gráficas circulares. Resuelva cada uno de los ejercicios

La gráfica representa la distribución del gasto anual de la familia Pérez, si los ingresos de la familia Pérez fueron de $32,000 anuales



1. ¿Cuál es el gasto *mensual* promedio de renta?
2. ¿Cuánto se gasta de comida durante el año?
3. ¿Cuál es la razón de ahorros a ingresos totales?
   (1) 1 a 10 (2) 10 a 1 (3) 10 a 32
   (4) 32 a 10
   (5) No se da suficiente información.

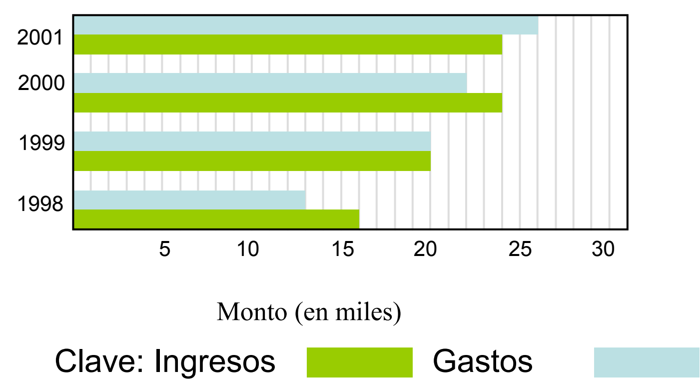
GRÁFICAS DE BARRAS.

Las gráficas de barras son valiosas herramientas que nos ayudan a realizar comparaciones entre cantidades. En la gráfica de barras que se muestra a continuación , compar los ingresos con los gastos efectuados en un determinado año.

PROBLEMAS

Use la gráfica siguiente para contestar las preguntas.

INGRESOS/GASTOS



1. ¿Cuál fue el promedio de gastos para los años 1998-2001?

2. En 2000 ¿cuál fue la diferencia entre ingresos y gastos?

3. ¿En que año se tuvieron menos ingresos?

4. ¿En que año se tuvieron más gastos que ingresos?

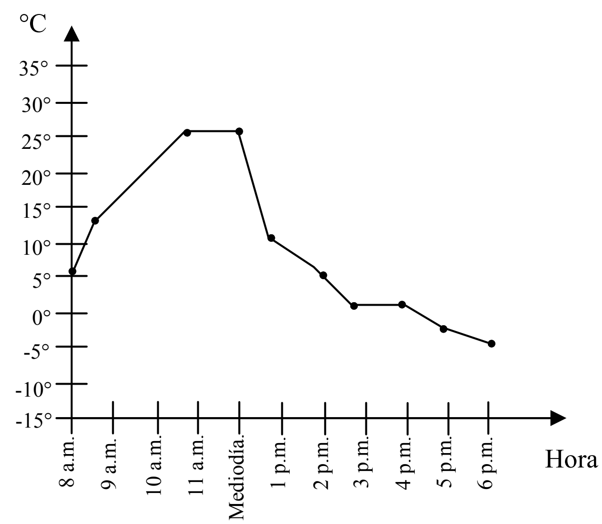
GRÁFICAS LINEALES

Las gráficas lineales se utilizan para representar tendencias y patrones. Con frecuencia estos gráficos se usan para representar, cómo una medición cambia con respecto al tiempo. Por ejemplo en la gráfica de abajo se representa el cambio de temperatura con respecto al tiempo.

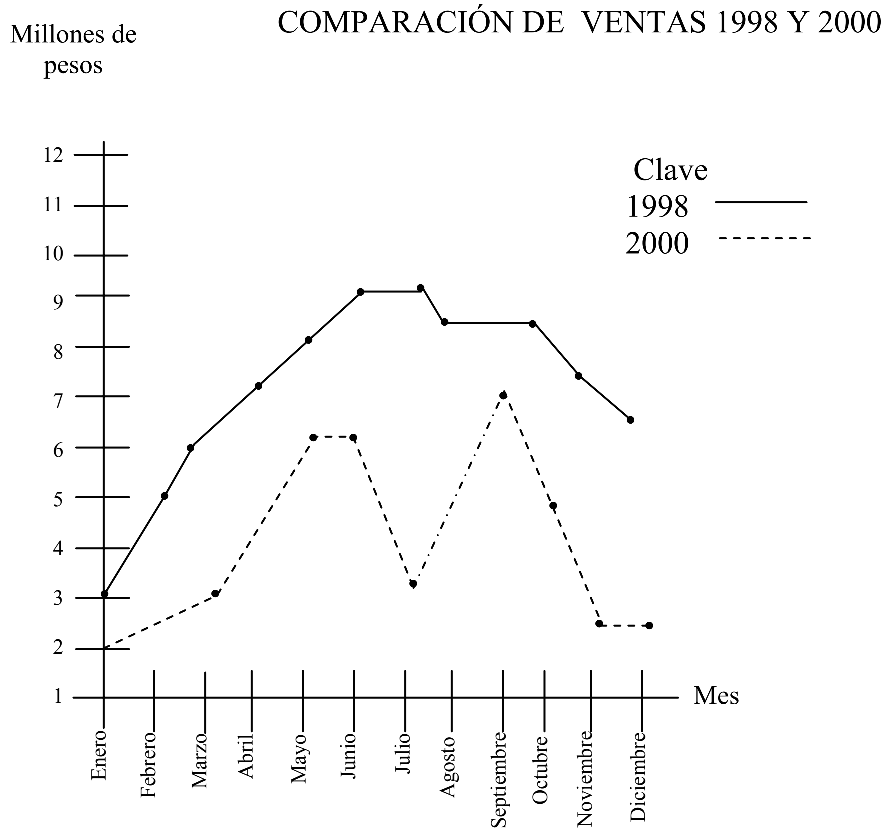
En la gráfica lineal de la derecha, obsérvese los siguiente:

1. La escala vertical representa la temperatura y cada segmento representa un incremento de 5°C. La escala horizontal representa el tiempo y cada segmento representa un incremento de 1 hora.
2. La línea muestra la tendencia siguiente: la temperatura subió hasta alcanzar 25° a las 11:00 a.m., y luego permaneció estable hasta el mediodía. Después la temperatura inicio su descenso.

TEMPERATURAS EXTERIORES EN UN DÍA DE DICIEMBRE EN TOLUCA



Las gráficas lineales también se pueden usar para comparar dos tendencias distintas. En la gráfica siguiente se comparan los ventas realizados en 1998 (representados con una línea contínua) con los ventas realizados en 2000 (representados por una línea discontinua)



1. El título nos indica que la gráfica compara ________________________ del año _________ y del año_______________.
2. Los valores de la escala vertical son ________________________.
3. En junio de 1998, las ventas fueron aproximadamente de: _____________________.
4. La gráfica muestra que en 2000 se produjeron ventas considerablemente _________________ que las ventas generadas durante 1998.
5. Tanto en 1998 como en 2000 se observa que las ventas descienden durante los meses de _______________________________.

3.4. Álgebra

REGLAS DE LOS SIGNOS PARA SUMAR

La suma de ***dos números positivos es positiva.***
(+2) + (+7), o bien 2 + 7 = 9 (se pueden omitir los signos positivos)

La suma de ***dos números negativos es negativa.***
(-2) + (-7) = -9
-2 - 7 = -9
La suma de ***un número positivo y uno negativo*** es:

positiva, si el número positivo tiene mayor valor absoluto.
(-2) + (+7) = (+5), o bien –2 + 7 = 5

negativa, si el número ***negativo*** tiene mayor valor absoluto.
(+2) + (-7) = (-5), o bien 2 - 7 = -5

cero, si los número tienen mismo valor absoluto.
(+7) + (-7) = 0, o bien 7 - 7 = 0

REGLAS DE LOS SIGNOS PARA LA RESTA

La resta es lo contrario de la suma. Para restar ***a - b***, se remplaza el problema de resta con el problema de suma correspondiente: ***a*** + (-***b***) (sumar el opuesto de ***b*** a ***a***). A continuación se aplican las reglas de los signos para la resta.

EJEMPLO 1: (+2) - (+7) = +2 - 7 = -5 EJEMPLO 2: (-3) - (-4) = -3 + 4 = 1

REGLAS DE SIGNOS PARA LA MULTIPLICACIÓN

El producto de dos números es:

positivo, si ambos números son positivos o ambos son negativos.

(+8) x (+2) = +16, o bien 8 x 2 = 16 (se pueden omitir los signos positivos)
(-8) x (-2) = +16, o bien (-8) x (-2) = 16

negativo, si un número es positivo y el otro es negativo.

(+8) x (-2) = -16, o bien 8 x (-2) = -16
(-8) x (+2) = -16, o bien (-8) x 2 = -16

REGLAS DE LOS SIGNOS PARA LA DIVISIÓN

El cociente de dos números es:

positivo, si ambos números son positivos o ambos son negativos.

(+8) ÷ (+2) = +4, o bien 8 ÷ 2 = 4 (se pueden omitir los signos positivos) o bien $\frac{8}{2} = 4$

(-8) ÷ (-2) = +4, o bien (-8) ÷ (-2) = 4 o bien $\frac{-8}{-2} = 4$

negativo, si un número es positivo y el otro es negativo.

(+8) ÷ (-2) = -4, o bien 8 ÷ (-2) = -4 o bien $\frac{8}{-2} = -4$

(-8) ÷ (+2) = -4, o bien (-8) ÷ 2 = -4 o bien $\frac{-8}{2} = -4$

PROBLEMAS

1.– En Chihuahua, la temperatura llega a 8 grados baja cero durante el invierno, y a 28 grados en verano. ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura de invierno y la de verano?

2.– La fórmula para convertir grados Fahrenheit en grados centígrados es °C = $\frac{5}{9}$ (°F –32)

Convierta en grados centígrados.

-15° F	0° F	13° F

Convierta en grados Fahrenheit.

-15° C	-25° C	-30° C

3.– Hay un tinaco con 2200 litros de agua. Por la llave de salida pasan 120 litros por hora y por la llave de entrada llegan 100 litro por hora ¿En cuánto tiempo se vacía el tinaco?

4.– Realice las siguientes operaciones.

10 + (-4) =	(-6) ÷ (-3) =	(-9) + (+8) =
+6 ÷ (-2) =	4 + (-2) =	(+3) x (+4) =
(-2) x (-6) =	(+4) x (-3) =	(-3) - (-9) =
(-2) - (-6) =	2 - (-6) =	(-6) ÷ (-3) =

EL LENGUAJE ALGEBRAICO

El ***álgebra,*** una extensión de la aritmética, es un sistema organizado de reglas de gran utilidad en la resolución de problemas. El álgebra se vale de letras del alfabeto para representar números o cantidades desconocidas. Estas letras reciben el nombre de ***variables,*** así llamadas debido a que sus valores "varían" según el problema. Las letras normalmente son minúsculas, incluso letras del alfabeto griego: por ejemplo: ***x, t,*** y ***p***. Las ***constantes*** son números. El valor de una constante es conocido y no cambia de un problema a otro: por ejemplo ***8, 75, 0, π*** y ***3.***

Cuando la variable va precedida de un número que la multiplica, este número recibe el nombre de ***coeficiente*** de la variable. En la expresión ***7x*** el coeficiente de ***x*** es ***7:*** es decir que el **7** multiplica la variable ***x***.

Las expresiones algebraicas constan de ***términos***. Un término puede ser un número, una variable o la multiplicación o división de números y variables. Por ejemplo, son términos los siguientes:

$7y$ (producto de número y variable)

$\frac{y}{3}$ (cociente de variable y número)

En la expresiones algebraicas, los términos están separados por los signos + y − .

5x - 7 Es una expresión que consta de dos términos.

ECUACIONES

Las ***ecuaciones algebraicas*** expresan una igualdad entre dos expresiones o entre una expresión y un valor.

$$y = 2x - 3$$

TODA ECUACIÓN ALGEBRAICA ES UNA IGUALDAD Y CONSTA SIEMPRE DE TRES PARTES:

1. Primer miembro (o expresión de la izquierda)
2. Signo igual (=)
3. Segundo miembro (o expresión de la derecha)

La ecuación $\boldsymbol{x + 7 = 10}$ indica que un número que se desconoce (***x***) sumado a *7* es igual a ***10*** . Sabemos que 3 más 7 es igual a 10, por lo que 3 es la solución de la ecuación. La ***solución*** es el valor que satisface la ecuación, es decir, el valor que hace que la expresión sea verdadera. Se ***resuelve*** la ecuación cuando se halla la solución de la variable, o sea, cuando se ***despeja*** la incógnita.

$$\boldsymbol{x} = 10 - 7$$
$$\boldsymbol{x} = 3$$

Para resolver una ecuación hay que despejar la incógnita, para lo cual se realizan las mismas operaciones en ambos miembros de la ecuación, manteniéndola siempre en equilibrio. Así, por ejemplo, para resolver la ecuación:

$$\boldsymbol{x} - 5 = 9$$

Conviene sumar 5 a ambos miembros.

$$\boldsymbol{x} \; \underbrace{-5 + 5}_{0} = \underbrace{9 + 5}_{14}$$

De modo que la incógnita ***x*** quede despejada.

$$\boldsymbol{x} = 14$$

PROBLEMAS

Resuelva las siguientes ecuaciones:

1. $3 + x = 7$
2. $\dfrac{x}{3} = 12$
3. $x - 8 = 0$
4. $5x = 75$
5. $2x - 26 = 2$
6. $\dfrac{x}{3} + 4 = 9$

4. $2(5x-11) + 12x = 10$

9. $5 + 7y = 19$

5. $a - 5 = 23$

10. $\frac{10}{x} - 5 = 0$

PLANTEAMIENTO DE ECUACIONES

Antonio trabajó 35 horas la semana pasada y sólo unas pocas horas esta semana. Si su sueldo es de \$ 90 la hora y le pagaron \$ 4770 por las dos semanas. ¿Cuántas horas trabajó está semana?

PASO 1. Sea x el número de horas que Antonio trabajó esta semana.

PASO 2. x + 35 es el total de horas trabajadas durante las dos semanas, 90(x + 35) es la cantidad de dinero que recibió por trabajar x + 35 horas a \$ 90 por hora.

PASO 3. 90(x + 35) = 4770 (la cantidad de dinero que recibió es igual a \$4770)

PASO 4. $90x + 3150 = 4770$

$$90x + \underbrace{3150 - 3150}_{0} = 4770 - 3150$$

$$90x = 1620$$

$$\frac{90x}{90} = \frac{1620}{90}$$

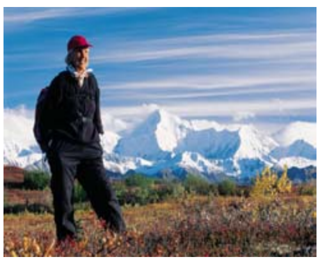
$x = 18$ por tanto Antonio trabajó 18 horas esta semana.

Ejemplo: Si al doble de un número se le resta –2, el resultado es 10, ¿ cuál es ese número?

$$2x - (-2) = 10$$

$$2x + 2 = 10$$
$$2x + 2 - 2 = 10 - 2$$
$$2x = 8$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$
$$x = 4$$

PROBLEMAS



1.Oscar fue a acampar a las montañas y estuvo 3 días y 3 noches. El albergue le costó $32 por noche y compró un boleto de comida, cada día. La factura total fue de $ 123, encuentre el costo *x* del boleto diario de comida. ¿Cuál es la ecuación que representa correctamente el problema?

1. $x + 96 = 123$
2. $3x + 32 = 123$
3. $x + 32 = 123$
4. $3(x + 32) = 123$
5. No se da suficiente información.

2. El perímetro de un triangulo es de 56cm Si un lado mide 24cm y los otros dos lados son iguales, halle la longitud x de uno de estos lados, ¿cuál es la ecuación que mejor describe el problema?

(1) $x + 24 = 56$	***(2)*** $2x + 56 = 24$	***(3)*** $2x - 24 = 56$
(4) $2x + 24 = 56$	***(5)*** $x - 24 = 56$	***(5)*** $x - 24 = 56$

Formule y resuelva la ecuación de los siguientes problemas.

❶ Miguel tiene 120 pesos más que su hermana María. Si juntos tienen 600 pesos, ¿Cuánto tiene cada uno?

❷ Ramón tiene ahorrado $50 más del doble de lo que tiene su hermano Jaime. Si juntos tienen 500 pesos, ¿Cuánto tiene cada uno?

❸ El largo de un terreno es de 75m más que su ancho, su perímetro es de 470m ¿Cuánto mide el largo y el ancho?

❹ Si un número es el tripe de otro y su diferencia es 74 ¿Cuáles son los números?

❺ Un número es el cuádruplo más tres unidades respecto a otro. Si ambos suman 68, ¿Cuáles son esos números?

❻ Una corbata costó el doble del precio de un pañuelo más 30 pesos. Si por ambos artículos se pagaron 540 pesos ¿Cuánto costó cada uno?

ECUACIONES CON PARÉNTESIS

En esta actividad usted podrá encontrar la ecuación que resuelve un problema verbal . Le pedimos relacionar con una línea el problema y la ecuación que lo resuelve.

El perímetro de un rectángulo es de 62 m; su largo es 7m mayor respecto al doble de su ancho. Hallar las dimensiones del rectángulo.

La suma de dos números es 29. El mayor excede en una unidad al séxtuplo del menor. Hallar los números.

La suma de las edades de María y Juana es de 62 años. Si se agregan 7 años a la edad de María, será igual a la edad de Juana. Hallar ambas edades.

Los lados de un triángulo son tres enteros consecutivos y su perímetro es de 228m.
Hallar los tres lados

Dos automóviles salen en la misma dirección desde un punto 0 de una carretera, con velocidad de 40 y 50km/h respectivamente ¿Dentro de cuántas horas distarán entre sí 70km.

En un triángulo, el lado mayor es el triple del menor y el mediano es el doble del menor. Si el perímetro del triángulo mide 228m ¿Cuánto mide cada lado?

$50x - 40x = 70$

$70 + x = 50 - 40$

$29 = 6x - 1$

$2(x + 2x + 7) = 62$

$x + (6x + 1) = 29$

$x + (x + 7) = 62$

$x + 2x + 3x = 228$

$x + (x + 1) + (x + 2) = 228$

SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES

Para un sistema de dos ecuaciones con dos variables, la solución es un par de números que satisface ambas ecuaciones. Por ejemplo, la solución del siguiente sistema de ecuaciones.

$$4\boldsymbol{x} - 3\boldsymbol{y} = 7$$
$$3\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} = 9$$

La solución es $\boldsymbol{x} = 4$

$\boldsymbol{y} = 3$ porque satisface ambas ecuaciones.

SOLUCIÓN DE SISTEMA DE DOS ECUACIONES POR SUSTITUCIÓN

Resolver: $2x + y = 11$

$4x - 3y = 7$

PASO 1. Despejar a ***y*** de la primera ecuación: $y = 11 - 2x$

PASO 2. Sustituir a ***y*** por $11 - 2x$ en la segunda ecuación:

$4x - 3(11 - 2x) = 7$

PASO 3. Despejar a ***x*** de la ecuación obtenida:

$4x - 33 + 6x = 7$

$4x + 6x = 7 + 33$

$10x = 40$

$$x = \frac{40}{10}$$

$x = 4$

PASO 4. Sustituir a x por 4 en la primera ecuación, y despejar de la ecuación obtenida:

$2(4) + y = 11$

$8 + y = 11$

$y = 3$

Comprobación: $2x + y = 2(4) + 3 = 8 + 3 = 11$

$4x - 3y = 4(4) - 3(3) = 16 - 9 = 7$

La solución es; $\boldsymbol{x} = 4$; $\boldsymbol{y} = 3$

SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES

SOLUCIÓN DE SISTEMA DE DOS ECUACIONES POR EL MÉTODO DE LA SUMA O RESTA.

Resolver:

$$2x - y = 16$$
$$x + y = 5$$

PASO 1. Sumar, empleando la propiedad:

si $a = b$

$c = d$

Entonces $a + c = b + d$

$$2x - y = 16$$
$$x + y = 5$$
$$2x + x - y + y = 16 + 5$$
$$3x = 21$$
$$x = 7$$

PASO 2. Sustituir a ***x*** por 7 en la segunda ecuación:

$$x + y = 5$$
$$7 + y = 5$$

PASO 3. Despejar a ***y*** de la última ecuación:

$7 + y = 5$

$y = 5 - 7$ o sea (-2)

$2x - y = 2 \times 7 - (-2) = 14 + 2 = 16$

$x + y = 7 + (-2) = 5$,

La solución es (7, -2); es decir:

$\boldsymbol{x} = 7$ $\boldsymbol{y} = -2$

SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE DOS ECUACIONES CON EL MÉTODO DE LA SUMA CON MULTIPLICACIÓN

Resolver: $x - y = 3$
$2x + 3y = -19$

PASO 1. Multiplicar por 3 ambos lados de la primera ecuación:

$3x - 3y = 9$

PASO 2. Sumar la última ecuación con la segunda ecuación original.:

$$\begin{array}{r} 3x - 3y = 9 \\ \underline{2x + 3y = -19} \\ 5x \qquad = -10 \end{array}$$

PASO 3. Despejar a ***x*** de la última ecuación:

$5x = -10$

$x = -\frac{10}{5} = -2$

PASO 4. Sustituir a ***x*** por 2 en la primera ecuación , y de ahí despejar a ***y***:

$-2 - y = 3$
$y = -2 - 3$ o
$y = -5$

COMPROBACIÓN:

$x - y = (-2) - (-5) = 3$
$2x + 3y = 2(-2) + 3(-5) = -4 + (-15) = -19$

La solución es el par ordenado (-2, -5); es decir:
x = -2 ***y*** = -5

EJERCICIOS

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones

1) $x + 2y = -4$
   $2x - y = -3$

2) $4x + 3y = 7$
   $2x - 5y = 10$

3) $3x - y = -6$
   $2x + 3y = 7$

4) $3x + 2y = 7$
   $3x + y = 5$

5) $y = 8x - 3$
   $y = 4x + 2$

Resuelva los siguientes problemas

❶ Dentro de tres años, Ernestina menciona que tendrá el doble de edad de su hermano Javier. Ella recuerda que hace dos años, la suma de sus edades era de 20 años. ¿Puede encontrar las edades actuales de Ernestina y Javier?

Considere que: Edad actual de Ernestina : x   Edad actual de Javier: y

❷ Manuel, el de la tienda de abarrotes, hizo el corte de caja. Contó que tenia 50 billetes, unos de \$20 y otros de \$50. El valor total de los billetes era de \$1300. ¿Cuántos billetes de cada uno tenía Manuel?

❸ Felipe, el carpintero, desea cortar una tabla de 360cm en dos partes, de manera que una sea 40cm más grande que la otra ¿Cuánto medirá cada parte?

❹ Dos ángulos son suplementarios si suman 180°. Si se sabe que el suplemento de un ángulo es el doble más 20° respecto al otro. Encuentre la medida de ambos ángulos.

❺ María es 3 años menor que su hermana. Hace dos años la suma de sus edades era de 23 años ¿Qué edad tiene actualmente cada una?

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

COORDENADAS RECTANGULARES

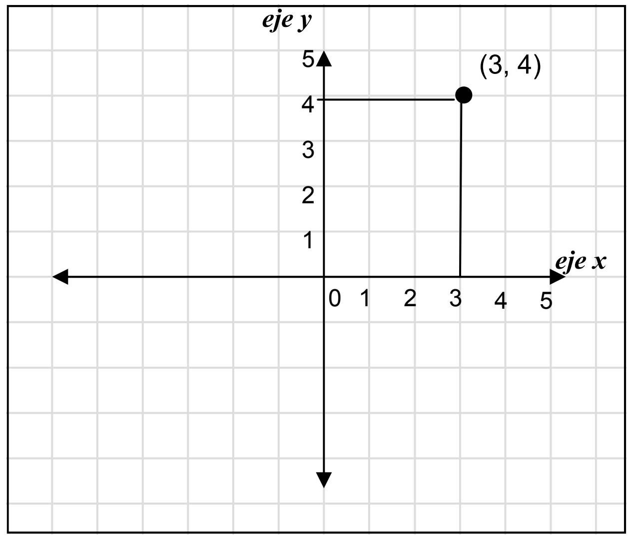
El ***plano de coordenadas*** rectangulares se realiza en una cuadricula y está formado por una recta numérica horizontal llamada ***eje x*** y una recta numérica vertical llamada ***eje y*** que se cruzan en un punto llamado ***origen.***

Cualquier punto en el plano de coordenadas se identifica por medio de un ***par ordenado*** de números ***(x, y).*** Al primer número del par ordenado se le llama ***coordenada x,*** y al segundo número ***coordenada y***. El orden de las coordenadas es muy importante porque la coordenada ***x*** se da siempre primero, seguida de la coordenada ***y***:

COMO GRAFICAR UN PUNTO CON LAS CO-ORDENADAS (***x, y***)

1. Empiece por el origen (0, 0).
2. Si ***x*** es positivo, corra el punto ***x*** unidades a la derecha.
   Si ***x*** es negativo, corra el punto ***x*** unidades a la izquierda.
   Si ***x*** es cero, no mueva el punto
3. Si ***y*** es positivo, corra el punto ***y*** unidades hacia arriba.
   Si ***y*** es negativo, corra el punto ***y*** unidades hacia abajo.
   Si ***y*** es cero, no mueva el punto.
4. Marque el lugar con un punto y con los números positivos o negativos del par ordenado. (***x, y***)

Por ejemplo; las coordenadas del punto A en la figura son (3, 4), lo que significa que el punto A se localiza donde ***x*** =3 y ***y*** = 4



PROBLEMAS

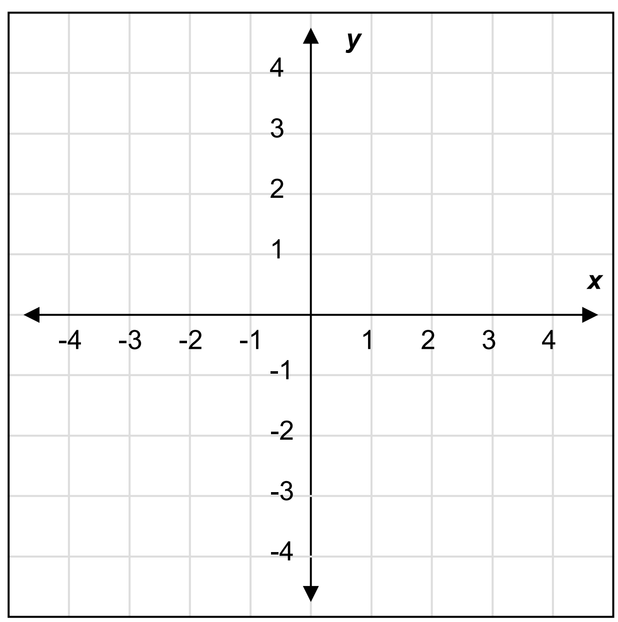
1. Grafique los siguientes puntos en el plano de coordenadas.

   A: (3, 2)

   B: (-2, 4)

   C: (3, 0)

   D: (2, -4)



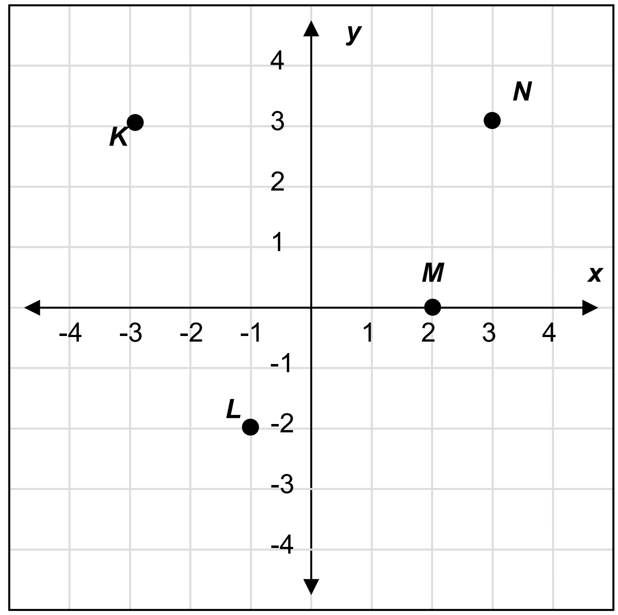
2. Diga cuales son las coordinadas de los siguientes puntos que se muestran en la figura.

K:

L:

M:

N:



REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE ECUACIONES

Una ecuación que tiene las variables x y y es una ecuación lineal, la cual puede representares en el plano de coordenadas mediante una línea.

Ejemplo $x + 3y = 6$

Para graficar esta ecuación hay que encontrar dos puntos que satisfagan la ecuación y luego trazar una recta a través de ellos.

PASO 1: Hallar el valor y para $x = 0$

$$0 + 3y = 6$$

$$y = \frac{6}{3}$$

$$y = 2$$

⇨ para $x = 0$, $y = 2$

por tanto, la recta pasa por el punto (0, 2)

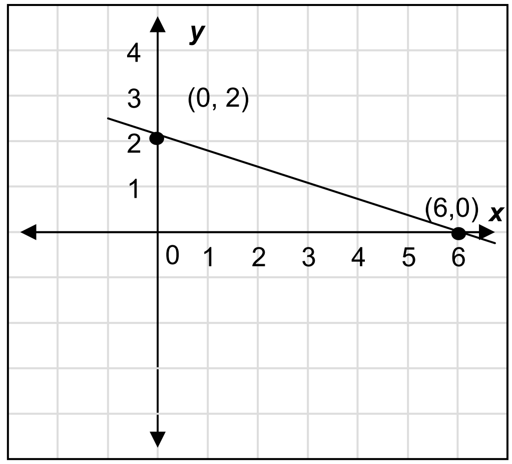
PASO 2. Hallar el valor de x para $y = 0$

$$x + 3(0) = 6$$
$$x = 6$$

por tanto la recta también pasa por el punto (6, 0)

PASO 3. Localice los dos puntos y luego trace una recta a través de ellos.

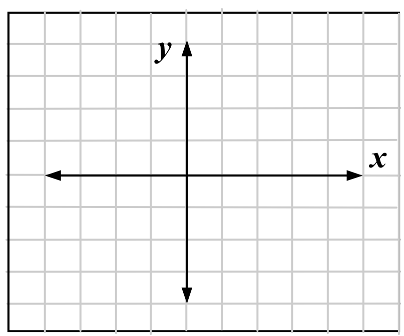
(0, 2) y (6, 0)



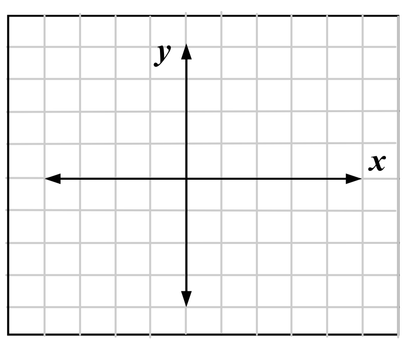
PROBLEMAS

Grafique las siguientes ecuaciones.

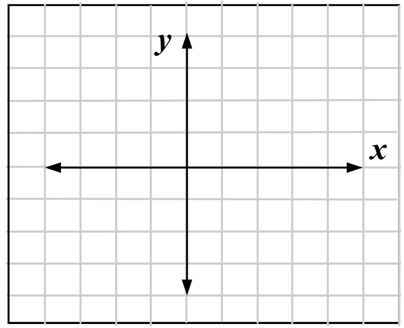
1) $x + y = 4$



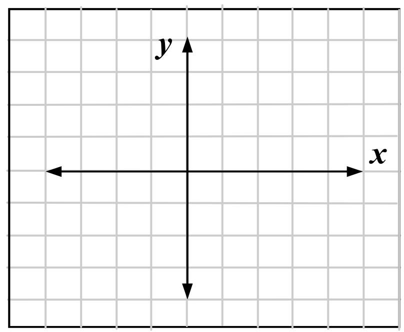
2) $2x - y = 4$



3) $2x + y = -4$



4) $x - 2y = 2$



3.5 SUCESIONES Y SERIES

Una ***sucesión*** es un conjunto ordenado de números formado de acuerdo con alguna regla o patrón.

Ejemplos: 1, 2, 3, 4, 5, 6…

5, 10, 15, 20, 25…

4, 9,15, 22, 30,

Una ***serie*** es una suma indicada de los términos de una sucesión.

Ejemplos: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 +…

5 + 10 + 15 + 20 + 25 +…

4 + 9 + 15 + 22 + 30 +…

Cada elemento de la sucesión o serie recibe el nombre del término.

Ejemplo: en la sucesión 5, 10, 15, 20,…

5 es el primer término, 10 es el segundo término,

15 es el tercer término, etcétera.

El ***término general*** es un término arbitrario. En éste libro nos referimos al término general como el ***n-ésimo término***. El ***n-ésimo término*** describe una regla.

Ejemplo: Si el ***n***-ésimo término de una sucesión es 2n + 5,

el primer término (n = 1) es 2(1) + 5 o 7,

el segundo término (n = 2) es 2(2) + 5 o 9,

el tercer término (n = 3) es 2(3) + 5 u 11, En esta tabla ***n*** representa el número del término de la sucesión (primero, segundo, tercero, cuarto,…,***n***-ésimo). La letra ***T*** representa el valor del término de la sucesión 7, 9, 11, 13, 15,…., 2n + 5

n	***T***
1	7
2	9
3	11
4	13
5	15
.	.
.	.
.	.
n	$2n + 5$

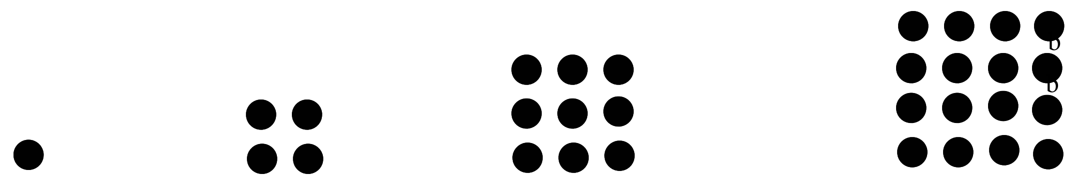
PROBLEMAS

1. Encontrar el ***n-ésimo*** término de una sucesión, es encontrar la regla general
para todos los términos de la sucesión. Complete cada una de las siguientes sucesiones y encuentre el
n-ésimo término.

		***n*-ésimo término**
1)	2, 4, 6, 8, 10, 12, 14,16, ….	__$2n$_____
2)	1, 3, 5, 7, 9, _____, _____, _____, ….	__________
3)	3, 6, 9, 12, 15,11, 13, 15, ….	___$2n$-1__
4)	7, 10, 13, 16, 19,_____, _____, _____, ….	__________
5)	5, 10, 15, 20, 25, ____, _____, _____, ….	__________
6)	2, 7, 12, 17, 22_____, _____, _____, ….	__________
7)	$\frac{3}{2}$, 2, $\frac{5}{2}$, 3, $\frac{7}{2}$, _____, _____, _____, ….	__________
8)	$-\frac{3}{2}$, -1, $-\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$, _____, _____, _____, ….	__________
9)	17, 25, 33, 41, 49, _____, _____, _____, ….	__________
10)	9, 23, 37, 51, 65,_____, _____, _____, ….	__________

2. ***LOS NÚMEROS CUADRADOS***

Los números cuadrados son números que pueden ser representados por puntos en un arreglo cuadrado.



1°   2°   3°   4°

En la tabla de la derecha, ***n***, representa el número de término y se representa el número e puntos en el arreglo de cada término.

Complete la tabla de la derecha hasta el octavo número cuadrado.

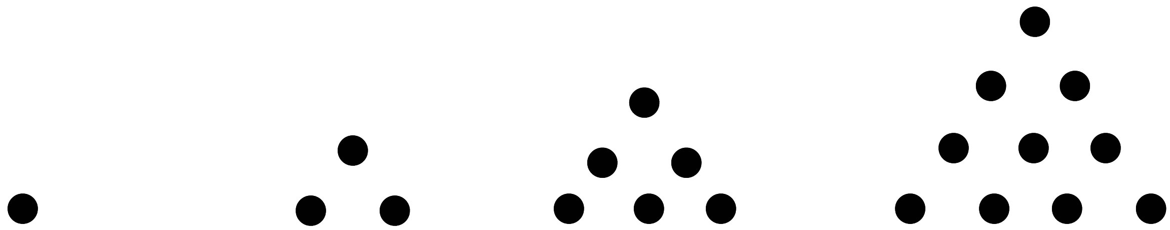
Encuentre la regla o el patrón que le permita determinar el vigésimo y centésimo números cuadrados sin dibujarlos o contarlos.

Exprese el ***n-ésimo*** número cuadrado como una regla general.

n	*S*
1	______
2	______
3	______
4	______
5	______
6	______
7	______
8	______
.	
.	
.	
20	______
.	
.	
.	
100	______
.	
.	
.	
n	______

3. ***NÚMEROS TRIANGULARES.***

Los números triangulares son números que pueden ser representados por los puntos de un arreglo en forma de triángulo .



1° 2° 3° 4°

En la tabla de la derecha, ***n***, representa el número de término y se representa el número e puntos en el arreglo de cada término.

Complete la tabla de la derecha hasta el noveno número triangular

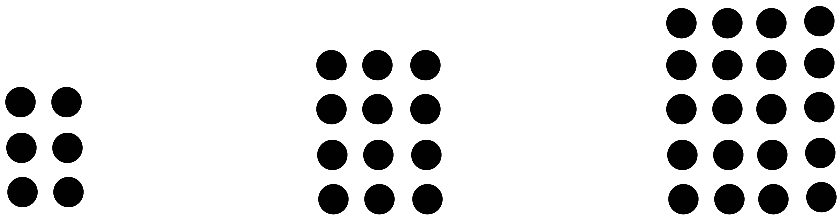
Encuentra un patrón que le permite determinar el trigésimo y el centésimo números triangulares sin dibujarlos o contarlos.

¿Cómo encontró el patrón?

Exprese el ***n-ésimo*** número triangular como una regla general.

n	***T***
1	1
2	*3*
3	*6*
4	*10*
5	
6	
7	
8	
9	
.	
.	
.	
30	
.	
.	
.	
100	
.	
.	
.	
n	

Los números rectangulares son:

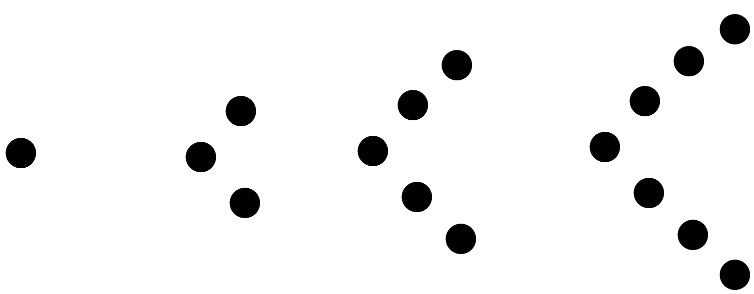


6 12 20

a) Determine los siguientes dos números siguiendo el mismo patrón.

b) Encuentre un procedimiento o regla para determinar los siguientes tres números rectangulares sin hacer las figuras.

Si el patrón de la siguiente serie se mantiene, determine el número de puntos que deberá tener la figura en el lugar 47.



1 3 5 7

PATRONES NÚMERICOS

En algunas sucesiones se observa que todos los números siguen cierta regularidad o poseen alguna propiedad especial que se puede representar mediante una regla; como en los siguientes ejemplos:

Sucesión	Propiedad	Regla
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49,	Todos son números cuadrados.	n^2
1, 8, 27, 64,125,	Todos son números cúbicos.	n^3
.3, 6, 9, 12, 15, 18,	Todos son múltiplos de 3.	$3n$
1, 3, 5, 7, 9, 11,	Todos son números impares consecutivos.	$(2n-1)$

Series aritméticas

Las series aritméticas se generan sumando restando un mismo número varias veces.

Si en una serie numérica la diferencia entre un número y su antecesor se mantiene constante a lo largo de toda la serie, cualquier término *n* es igual al primer término más el producto de la diferencia multiplicado por (*n*-1).

Esta regla se puede escribir como fórmula así:

$$a_n = a_1 + d\,(n - 1)$$

donde a_1 - es el primer término y

a_n - es el *n*-ésimo término

d - diferencia constante

Los subíndices indican el lugar que ocupa el término

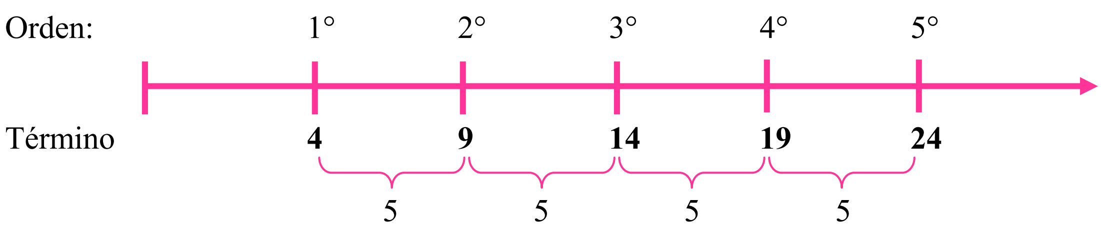
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$

Ejemplo 1

Determina el número que ocupa el lugar 34 de la siguiente serie:

4, 9, 14, 19, 24

Paso 1 Encuentre la relación que existe entre cualquier número y su antecesor. Conviene formar una recta numérica con los números de la serie



Se observa que la relación que existe entre cualquier número y el antecesor es una diferencia de cinco unidades.

Empezando en el 4 ¿cuántas veces se agregan 5 para obtener el número que ocupa el lugar 5?

La recta numérica podemos observar que 4 veces agrega el 5 para obtener el 24:

$$4 + 5 \times 4 = 24$$

¿Cuántas veces habrá que agregar 5 para obtener el número en el lugar 6?

$$4 + 5 \times 5 = 29$$

Paso 2 Ahora traté de encontrar la regla con la que se genera la serie.

Conviene formar una tabla anotando el número del lugar que le corresponda a cada número de la serie.

n	Regla	Serie
1	4	4
2	4 + 5 (1)	9
3	4 + 5 (3-1)	14
4	4 + 5 (4-1)	19
5	4 + 5 (5-1)	24
6	4 + 5 (6-1)	29
34		

Observe el número de veces que se repite el 5 en cada caso:

El 5 se repite *n*-1 veces en cada caso; o sea el número de veces que se repite el 5 corresponde al número de lugar que ocupa restandole uno (*n*-1)

Entonces la regla que genera la serie es **4 + 5 (n-1)**

Así entonces, el número que ocupa el lugar 34 se encuentra aplicando la regla

$$4 + 5\,(34\text{-}1) =$$
$$4 + 5\,(33) =$$
$$4 + 165 = 169$$

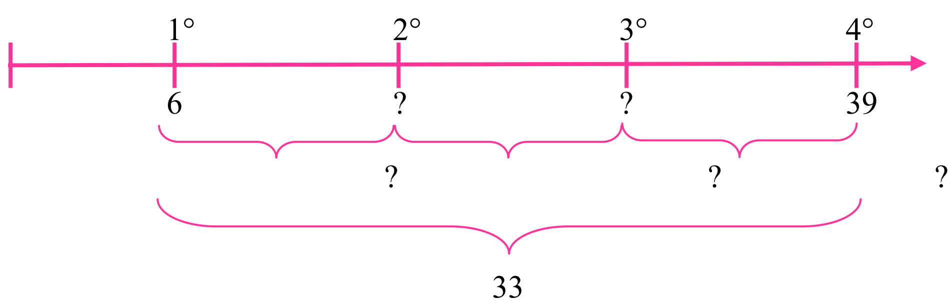
Ejemplo 2.

Encuentre los términos en el segundo y tercer lugar de la siguiente serie aritmética:

6, ______ ,______ , 39

Paso 1 Forme una recta numérica para encontrar el número que se repite o se suma varias veces.

Orden:



El número se suma a 6 tres veces. 39 - 6 = 33

Entonces 33 ÷ 3 = 11

El número que se repite es el 11

Paso 2 Encuentre la regla con la que se genera la serie.

n	Regla	Serie
1	6 + 11 (0)	6
2	6 + 11 (1)	17
3	6 + 11 (2)	28
4	6 + 11 (3)	39
	6 + 11 (n-1)	

Ejercicios

Encuentre los números que faltan en las siguientes series aritméticas.

1. 15, 29, 43, ______

2. 4.6, 7, 9.4, ______

3. 2.5, ___, _____, 6.25

4. 46, 37, 28, _____

5. 34, 27, 20, 13, _____

6. 11.3, 67.4, 123.5, ______

7. 1.35, 1.62, 1.89, ______

8. El primer y último términos de una serie aritmética son 5 y 75 respectivamente y la diferencia entre dos números consecutivos es 5 ¿cuántos números (términos) comprende la serie?

9. ¿Qué lugar ocupa el 127 de la siguiente serie aritmética?

   19, 31,. . .

10. Desarrolle una serie aritmética con los primeros 9 términos donde el primer término es 3 y la diferencia es –6.

11. Encuentre los términos faltantes de las siguientes series aritméticas.

    a) 27, ____, _____, _____, _____,

    b) 33, ___, _____, 78

    c) 165, 174, 183, _____, ______,

    d) 178, 393, 608, ____

12. Encuentre siguientes dos términos.

    a) 88, 29, 70, ____, ____.

    b) 18, 33, 48, ____, ____.

TABLA DE ESPECIFICACIONES PARA EL EXAMEN FINAL DE OPERACIONES AVANZADAS

NO. DE REACTIVO	CONTENIDO GENERAL	OBJETIVO ESPECÍFICO		N.T.	CONTENIDO ESPECÍFICO		COMPETENCIAS
		NO.	DESCRIPCIÓN		NO.	DESCRIPCIÓN	
1 2	RECTA NUMÉRICA.	VM07010	RESUELVE PROBLEMAS DE SUMA Y RESTA DE NÚMEROS ENTEROS, UTILIZANDO LA RECTA NUMÉRICA.	3	01 02	SUMA CON NÚMEROS POSITIVOS Y NEGATIVOS. RESTA CON NÚMEROS POSITIVOS Y NEGATIVOS.	
3	MONOMIOS Y POLINOMIOS.	VM07060	RESUELVE OPERACIONES QUE INCLUYEN MONOMIOS Y POLINOMIOS.	2	01 02 03	SUMA RESTA MULTIPLICACIÓN	
4 5	PATRONES NUMÉRICOS	VM07250	LOCALIZA EL ELEMENTO FALTANTE EN UNA SECUENCIA.	1	01 02	FRACCIONES. FIGURAS	
6	PATRONES NUMÉRICOS	VM07210	DEDUCE FÓRMULAS A PARTIR DE UN CONJUNTO ORDENADO DE DATOS.	3	01 02	PATRONES DE SUMA. PATRONES DE RESTA	
7 8	ÁREA	VM07300	CALCULA ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.	2	01 02	TRIÁNGULOS CUADRILÁTEROS.	
9	PLANO CARTESIANO.	VM07350	LOCALIZA COORDENADAS EN EL PLANO CARTESIANO.	1	01	COORDENADAS	
11	VOLUMEN	VM07400	CALCULA EL VOLUMEN DE CUBOS Y PRISMAS.	3	01 02	CILINDROS. PRISMAS.	
12 13	TABLAS Y GRÁFICAS	VM07550	INTERPRETA TABLAS Y GRÁFICAS.	2	01 02 03	VARIACIÓN DIRECTAMENTE PROPORCIONAL. POLIGONALES. DE BARRAS.	

Tabla de Especificaciones para el Examen Final de Operaciones Avanzadas

No. de Reactivo	Contenido General	Objetivo Específico		N.T.	Contenido Específico		Competencias
		No.	Descripción		No.	Descripción	
14	Operaciones básicas	VM07600	Resuelve problemas donde sea necesario el uso de los	3	01 02 03	Suma. Resta. Multiplicación.	
15	Ecuaciones de primer grado.	VM07650	Resuelve problemas donde se empleen ecuaciones sencillas de primer grado con una incógnita.	3	01 02 03 04	Suma. Resta. Multiplicación. División.	
16 17	Ecuaciones de primer grado.	VM07700	Resuelve problemas donde se empleen ecuaciones de primer grado utilizando dos operaciones a la vez.	3	01 02 03 04	Multiplicación y suma. Multiplicación y resta. División y suma. División y resta.	
10	Sistema de ecuaciones.	VM07750	Resuelve problemas donde se empleen sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.	3	01	Sistema de ecuaciones	

EXAMEN DE PRÁCTICA

Las siguientes preguntas se basan en las habilidades y conocimientos que se desarrollan y fortalecen en el módulo *Operaciones Avanzadas* del Modelo Educación para la Vida.

1. Cierto día de invierno el termómetro marca por la madrugada –3°C y en el transcurso de la mañana alcanzó 13°C. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre la madrugada y la mañana?

   A) 16°C

   B) 13°C

   C) 10°C

   D) 3°C

2. La bolsa mexicana de valores el primer día del mes tuvo –75 puntos y al cerrar el mes subió a –9 puntos. ¿Cuántos puntos subió del inicio al fin del mes?

   A) 84 puntos.

   B) 75 puntos.

   C) 66 puntos.

   D) 9 puntos.

3. ¿Cuál es el resultado de $(3x^2 – 5)(2y^2 + x^3)$?

   A) $6x^2y^2 + 3x^5 – 10y^2 – 5x^3$

   B) $6x^2y^2 + 3x^6 + 10y^2 – 5x^3$

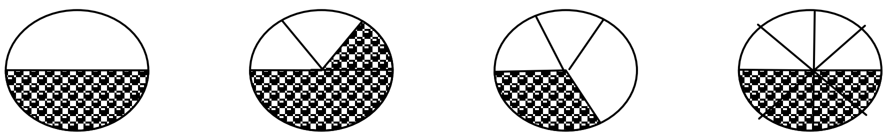
   C) $5x^2y^2 + 4x^5 – 3y^2 – 4x^3$

   D) $5x^2y^2 + 4x^6 + 3y^2 – 4x^3$

Observe la siguiente secuencia de fracciones y conteste la pregunta 4.

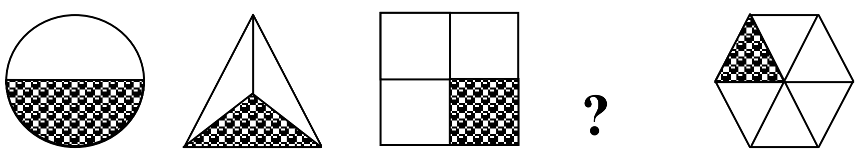
$$\frac{1}{2} \qquad \frac{2}{4} \qquad \frac{3}{6} \qquad \frac{\quad}{\quad}$$

4. ¿Cuál de los dibujos de abajo representa en la parte marcada la fracción que sigue a la secuencia?



A) B) C) D)

Observe las siguientes figuras y conteste la pregunta 5.



5. Tomando en cuenta la parte sombreada de las figuras, ¿qué fracción seguiría para completar la secuencia?

A) $\frac{1}{2}$ ***B)*** $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$ ***D)*** $\frac{1}{5}$

Analice la siguiente **sucesión** y conteste la pregunta 6.

Término	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Sucesión	6	11	16	21	26	31	**?**	41	46	51	56

6. Si **n** representa cualquier término, ¿qué **fórmula** se emplea para encontrar el séptimo término?

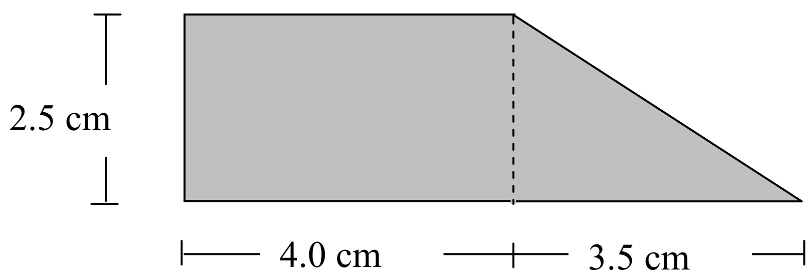
   A) 3 (**n** + 1)

   B) 2**n** + 4

   C) 5**n** + 1

   D) **n** (**n** + 5)

7. ¿Cuánto mide el **área** de la siguiente figura?



$$\text{Área} = \frac{\text{base x altura}}{2}$$

Área = base x altura

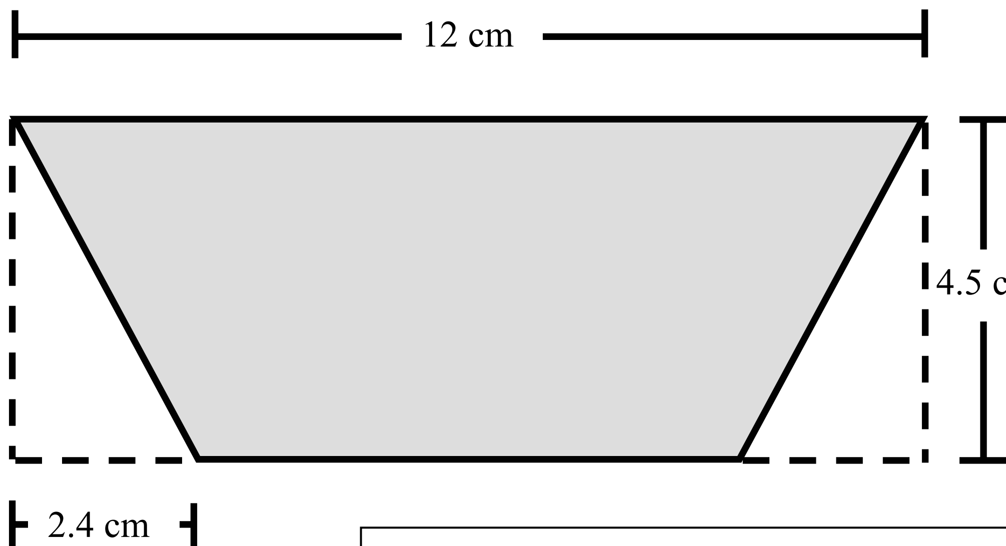
   A) 8.750 cm^2

   B) 9.375 cm^2

   C) 14.375 cm^2

   D) 18.750 cm^2

8. ¿Cuánto mide el **área** del siguiente cuadrilátero?



$$\text{Área} = \left(\frac{\textit{base mayor} + \textit{base menor}}{2}\right) \text{x altura}$$

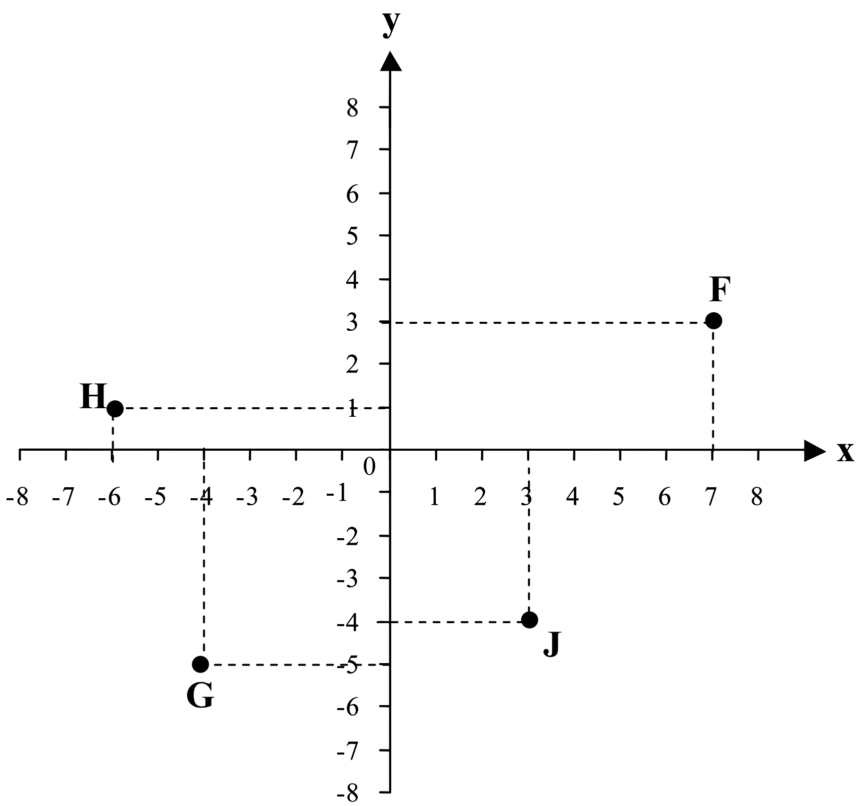
A) 32.40 cm^2

B) 43.20 cm^2

C) 54.00 cm^2

D) 64.80 cm^2

9. En el siguiente plano cartesiano se ubican varios puntos.



¿Cuáles son las coordenadas del punto **G**?

A) (-6, 1)

B) (7, 3)

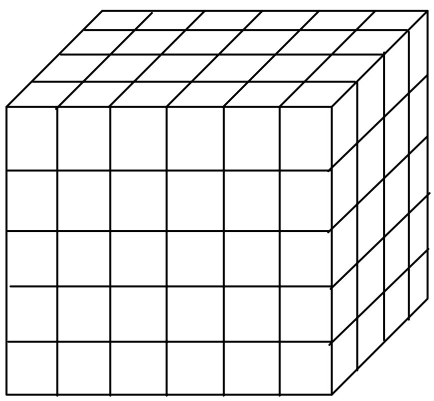
C) (-4, 3)

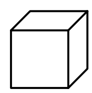
D) (-4, -5)

10. Por entrar a un evento los hombres pagaron \$95 y las mujeres \$70. Si asistieron 115 personas y se reunieron \$9 425 de las entradas, ¿cuántas mujeres asistieron al evento?

A) 52 B)55 C)60 D) 63

11. ¿Cuál es el volumen del siguiente prisma rectangular?





$= 1\ cm^3$

A) $30\ cm^3$

B) $60\ cm^3$

C) $74\ cm^3$

D) $120\ cm^3$

12. La siguiente tabla muestra la relación que hay entre las medidas del lado, el perímetro y el área de algunos cuadrados.

Lado (cm)	**Perímetro** (cm)	**Área** (cm^2)
1	4	1
2	8	4
3	12	9
4	16	16
5	20	25
6	24	36
7	28	49
8	32	64

De acuerdo con los datos podemos afirmar que:

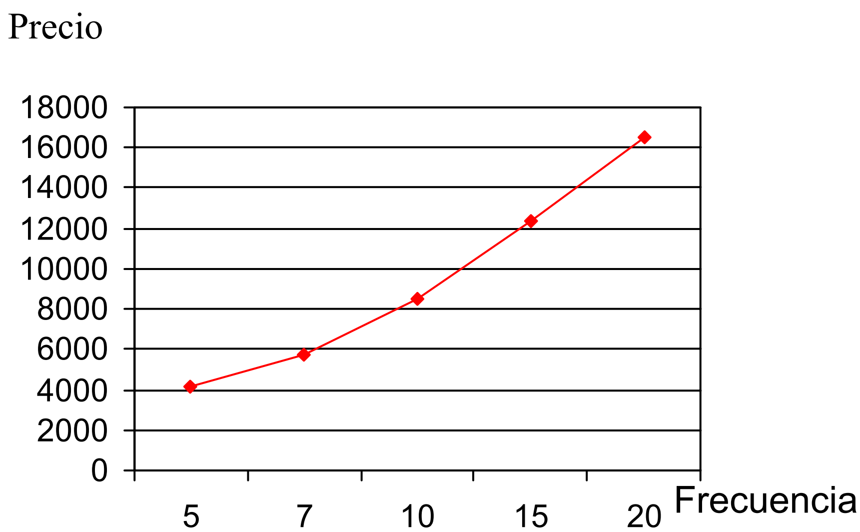
A) Si el perímetro de un cuadrado aumenta, su área disminuye.

B) El área de un cuadrado cuyo lado mide 4 cm es igual a la de un cuadrado que tiene un perímetro de 8 cm.

C) Si el área de un cuadrado aumenta, también su perímetro aumenta.

D) El lado de cualquier cuadrado siempre mide más que su perímetro y es menor que su área.

13. En la siguiente gráfica se muestran el número de chamarras que compró Ricardo y lo que pagó por ellas.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

A) Ricardo pagó $12 750 por 15 chamarras.

B) Ricardo pagó $10 000 por 10 chamarras.

C) El precio de cada chamarra es de $4250.

D) Ricardo compró sólo 20 chamarras.

14. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

-4 (6 - 2) + 3 (-4 + 1)

A) 0 B)7 C)-25 D) -31

15. Una persona compró un cuaderno con 265 hojas. Si ha utilizado 75, ¿cuántas hojas le quedan sin utilizar?

A) 90 B)190 C) 260 D)265

16. Al dividir un número **x** entre 5 y restarle 16 da como resultado 38. ¿Cuál es ese número **x**?

A) 270

B) 250

C) 110

D) 100

17. Si al doble de un número se le resta –7, el resultado es 10. ¿Cuál es ese número?

A) - 8.5

B) 8.5

C) 1.5

D) - 1.5

FIN DEL EXAMEN

OPERACIÓN AVANZADAS

Clave de Respuestas Correctas

No. de Reactivo	*Respuesta correcta*	*No. de Reactivo*	*Respuesta correcta*
1	A	10	C
2	C	11	D
3	A	12	C
4	D	13	A
5	D	14	C
6	C	15	B
7	C	16	A
8	B	17	C
9	D		

AGRADECIMIENTOS POR LA COLABORACIÓN ESPECIAL A LAS SIGUIENTES PERSONAS:

Al personal de la Dirección Académica del ITEA

A los Técnicos capacitadores de cada una de las Coordinaciones de zona del ITEA

Coordinación de zona Tampico

Asesores y asesoras del MEV:

Ernestina Almaráz Montoya
Dolores Magdalena Lara García
Ma. Araceli Pérez Martínez
Herlinda Soza Rangél
Edward Ríos Nava
Martha Leticia Hernández Martínez
Agustín Santos Ruiz
Olga Lidia Cruz Hernández
Cristina Santes Cantero
María Teresa Aguirre Martínez
Ma. de los Ángeles Vázquez Medina
Laura Jovita Hernández Santiago
Cira Orozco Sánchez
Ma. Elena Torres Herrera

Coordinación de zona Cd Madero

Asesores y asesoras del MEV:

Laura Silvia Zúñiga Ledesma
Celina Ma. Báez Lorenzo
Raquel Cruz Chino
Arturo Chávez Balderas
Ileana Elizabeth Pinete
Martha Alicia Antonio Bautista
Lina María Rodríguez Herrera
Ma. de Lourdes Pérez Hernández
Armando Assad Salazar
Juan José Montiel Martínez
Yolanda Lizeth Robledo Huerta
Iván R. Almiray Moctezuma
Ma. Isabel Cruz Torres
Fabiola I. Cárdenas Balderas
Yolanda González Ramírez
Ma. del Carmen Medina Ortiz
Aidé Violeta Chalí Ramírez
Manuel Rodríguez García
Nancy k. Martínez Bernal
Blanca P. Rodríguez Hernández
Leticia Flores García
Jesús A. González Juárez
Angel de León Rodríguez
Lorena Cortéz Ascensión
Jorge I. Álvarez Reyes

BIBLIOGRAFÍA

Baldor, _Álgebra teórico practica,_ México, Publicaciones cultural, 1995.

Eugene D. Nichols, Sharón L. Schuwartz, _M. Diccionario y manual de matemáticas._ Grupo editorial Iberoamérica, México, 1996.
CECSA, Diferencias finitas, México, 1998.

García J. M. A., Delgado, H. A., _Invitación a las matemáticas 1, 2 y 3,_ México, Pearson Educación, 2002.

García J. M. A., et al, _Estrategias 1, 2 y 3,_ México, Editorial Esfinge, 2002

Operaciones avanzadas, México, 2001, INEA

Números y cuentas para la vida, México, 2001, INEA

Matemáticas propedéutico para el bachillerato, México, 2001, INEA

Operaciones avanzadas

INSTITUTO NACIONAL PARA LA EDUCACIÓN DE LOS ADULTOS

México, 2002